NOUVELLE REFUTATION DE L'HYPOTHESE DES *FORCES VIVES.*

Par M. l'Abbé DEIDIER.



A PARIS,
Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roi pour l'Artillerie & le Génie, rue S. Jacques, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XLI.
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

AVERTISSEMENT DU LIBRAIRE.

LE sentiment des Forces Vives a été soutenu d'une part, & attaqué de l'autre par tant d'habiles Gens, que nous avons crû faire plaisir au Public d'imprimer en particulier ce que M. l'Abbé Deidier a écrit sur cette matiere dans sa Méchanique générale qui est actuellement sous presse. On trouve l'histoire de cette fameuse Dispute dans le projet de cette Méchanique que

nous avons eu ſoin de diſtribuer à Paris, & d'envoyer dans toutes les Provinces & aux Pays Etrangers. M. de Leibnits, *dit l'Autheur*, fut le premier qui imagina qu'on devoit diſtinguer dans les corps, des Forces Vives & des Forces Mortes. Des expériences mal interprêtées le firent tomber dans cette erreur. En Angleterre on rejetta ſon ſentiment avec mépris*, en France on le refuta plus ſérieuſement, & ſelon toutes les apparences la mort de M. de

* C'eſt M. Bernoulli qui nous inſtruit de ce fait dans ſon Diſcours de la communication des Loix du Mouvement.

Leibnits auroit mis fin à la dispute, si M. Jean Bernoulli environ 28. ans après, ne se fût avisé de la faire revivre. Ce sçavant Géometre envoya à l'Académie Royale des Sciences un Discours sur les Loix de la communication du Mouvement qui fut imprimé en 1727. chez Jombert, Libraire, ruë S. Jacques, à Paris. Ce Discours renfermoit beaucoup de belles choses dont l'Académie parla avec éloge, mais loin d'adopter ce qui regardoit la distinction des Forces Vives & des Forces Mortes, l'Académie fit imprimer en 1728.

une Diſſertation de M. de Mairan, où cet illuſtre Académicien traita la matiere avec toute la profondeur de ſon génie, & fit voir clairement l'inutilité de cette diſtinction.

Le Diſcours de M. Bernoulli étant tombé par hazard entre les mains de M. l'Abbé Deidier, il crut que les preuves ſur leſquelles un Géometre de ce nom tâchoit d'appuyer ſon ſentiment, méritoient d'être diſcutées de façon à empêcher le progrès de l'erreur. Et c'eſt à quoi il travailla d'abord, mais quelque temps après M. de Mairan lui ayant communiqué ſa Diſſertation, il y

trouva la Question si bien résolue, qu'il crut qu'il seroit inutile de pousser plus loin ce qu'il avoit commencé. Les choses en seroient restées là si les Institutions de Physique n'avoient été mises au jour, mais les nouvelles instances de l'Autheur de cet Ouvrage en faveur des Forces Vives, & sur-tout les Objections qu'il forme contre la Dissertation de M. de Mairan ayant engagé M. l'Abbé Deidier à reprendre ce qu'il avoit abandonné, & à y faire des additions considérables, nous avons cru devoir imprimer à part tout ce qu'il dit sur ce sujet, sans le retrancher néanmoins du corps de la Méchanique, afin

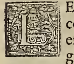
de ſatisfaire également à ceux qui ſeront curieux de voir tout l'Ouvrage, & à ceux qui ne ſouhaiteront que ce qui regarde cette fameuſe Queſtion. Et comme il y a dans la Diſſertation de M. de Mairan grand nombre de belles preuves que M. l'Abbé Deidier n'a point rapportées de peur d'être trop long, & que le Public ſera ſans doute bien aiſe de voir dans l'original celles qu'il a rapportées, M. de Mairan a bien voulu nous permettre d'imprimer en même temps ſa Diſſertation. Ces deux Ouvrages forment deux Brochures que nous vendrons ſéparément, afin de laiſſer à chacun la liberté de prendre

celle qu'il jugera à propos, ou toutes les deux à la fois. La Méchanique générale ſera achevée d'imprimer dans peu de temps.





NOUVELLE REFUTATION DE L'HYPOTHESE DES *FORCES VIVES.*



E Mouvement d'un corps, comme tout le monde ſait, eſt le tranſport ou le paſſage de ce corps d'un lieu à un autre. On y conſidere principalement ſix choſes. 1°. La Maſſe du corps ou la quantité des parties de Matiere qui le compoſent. 2°. Le temps ou la durée du Mouvement. 3°. L'Eſpace parcouru. 4°. La Vîteſſe, laquelle dans la comparaiſon de deux ou plu-

ſieurs corps en Mouvement, doit s'eſtimer par les eſpaces que ces corps parcourent dans un même temps ou dans des temps égaux, lorſque ces corps ne reçoivent pas des nouvelles impreſſions ou qu'ils ne rencontrent pas des obſtacles à ſurmonter pendant leur courſe, ou par les eſpaces qu'ils parcourroient dans des temps égaux, ſi des nouvelles impreſſions ou des obſtacles nouveaux n'alteroient pas leur Mouvement. 5°. La direction ou le tranſport du corps vers un lieu plûtôt que vers un autre. 6°. Enfin la Force Motrice ou la cauſe qui donne le Mouvement au corps. La quantité de Mouvement ſe rapporte à la Force Motrice de la même façon que l'effet ſe rapporte à la cauſe qui le produit, c'eſt-à-dire que de même que l'effet eſt toujours proportionnel à la cauſe, de même auſſi la quantité de Mouvement eſt toujours proportionnelle à la Force Motrice du corps.

Un corps peut ſe mouvoir ou en ligne droite, ou en ligne courbe, ou

enfin le long d'une ſuite de lignes qui forment des angles entr'elles, & dans tous ces cas ſon Mouvement peut être ou uniforme, ou accéleré, ou retardé.

Le Mouvement eſt uniforme lorſque le corps parcourt des eſpaces égaux en des temps égaux, il eſt accéleré lorſque le corps reçoit à chaque inſtant des augmentations de vîteſſe, & il eſt retardé quand la vîteſſe diminue à chaque inſtant.

Si les augmentations ou les diminutions de vîteſſe qui ſe font en des temps égaux ſont égales entr'elles, le Mouvement du corps ſe nomme Mouvement uniformément accéleré, ou uniformément retardé.

Les principales loix du Mouvement uniformément accéleré, ſont 1°. que les eſpaces parcourus en des temps égaux, c'eſt-à-dire du premier au ſecond, du ſecond au troiſiéme, du troiſiéme au quatriéme, &c. ſont entr'eux comme les nombres impairs 1. 3. 5. 7. 9. &c. d'où il ſuit que les eſpaces parcourus dans le premier

temps, dans les deux premiers, dans les trois premiers, &c. ſont comme les nombres 1. 4. 9. 16. 25. &c. qui ſont les quarrés des nombres 1. 2. 3. 4. 5. &c. qui expriment les temps pendant leſquels ces eſpaces ſont parcourus. 2°. Que les vîteſſes acquiſes à la fin des temps 1. 2. 3. 4. 5. &c. ſont entr'elles comme ces temps. On applique ces loix aux corps qui deſcendent vers le centre de la terre par la ſeule impreſſion de leur Peſanteur, & en général à tous les corps qui étant pouſſés par une Force quelconque recevroient en des inſtans égaux des impreſſions égales chacune à la premiere impreſſion de la Force Motrice, & dans tous ces cas il faut obſerver que les impreſſions inſtantanées étant égales de même que les temps, les eſpaces parcourus iroient en augmentant d'un inſtant à l'autre dans la raiſon des nombres impairs 1. 3. 5. 7. &c. comme il vient d'être dit, ce qu'il eſt à propos de bien remarquer.

Dans le Mouvement retardé il ar-

rive au contraire que les eſpaces parcourus dans des temps égaux, c'eſt-à-dire du premier au ſecond, du ſecond au troiſiéme, &c. ſont entr'eux comme les nombres 9. 7. 5. 3. 1. qui ſont dans l'ordre retrograde des eſpaces 1. 3. 5. 7. 9. &c. que la Force Motrice fait parcourir en temps égaux dans le Mouvement uniformément acceleré. Et cette loi convient non-ſeulement aux corps qui après être deſcendus librement pendant quelque temps, remonteroient avec la vîteſſe acquiſe à la fin de leur chûte, mais encore à tous les corps, qui étant pouſſés par une Force quelconque rencontreroient dans des temps égaux des obſtacles égaux qui peu à peu feroient périr leur Mouvement. En quoi il faut faire attention que quoique les impreſſions contraires de la Peſanteur ou les obſtacles rencontrés dans des temps égaux ſoient égaux, cependant les eſpaces parcourus dans ces mêmes temps vont en diminuant. On verra dans la ſuite pourquoi j'inſiſte ſur cette Remarque.

De ce que nous venons de dire touchant le Mouvement uniformément retardé, il ſuit que ſi un corps après être deſcendu pendant quelque temps vient à remonter avec la vîteſſe que ſa chûte lui a fait acquerir, il remontera préciſément au même point d'où il a commencé à tomber dans un temps égal à celui qu'il aura employé à deſcendre. Car il eſt viſible que puiſqu'un corps qui deſcend, par exemple, pendant trois minutes parcourt des eſpaces qui ſont comme 1. 3. 5. & acquiert trois degrés de vîteſſe, c'eſt-à-dire un degré par minutes, ou à la fin de chaque eſpace, & qu'au contraire en remontant il parcourt des eſpaces 5. 3. 1. qui ſont les mêmes que les précédens, mais dans un ordre retrograde, ce corps doit néceſſairement perdre à chaque minute ou à la fin de chaque eſpace le degré de vîteſſe que ſa peſanteur lui faiſoit acquerir dans une minute en deſcendant, & par conſéquent ſa vîteſſe ſera entierement éteinte lorſqu'il ſera parvenu au point d'où il

il avoit commencé à tomber.

Il seroit inutile de démontrer ici les proprietés & les loix des Mouvemens uniforme, accéleré, & retardé, dont je viens de donner une legere notion, cela a déja été fait dans ma Méchanique Générale qui paroîtra bientôt au jour, & d'ailleurs on en trouve les démonstrations dans tous les Livres qui traitent du Mouvement. Venons donc à la Question que j'ai entrepris de discuter.

Tous les Sçavans des siécles passés ont toujours crû d'un accord unanime que les Forces Motrices des corps sont entr'elles comme les produits des Masses par les vîtesses, ou comme les produits des Masses par les espaces parcourus dans un même temps ou dans des temps égaux, en faisant abstraction des nouvelles impressions ou des obstacles rencontrés, qui pendant ces temps pourroient augmenter ou diminuer les espaces qui doivent être parcourus. La plûpart des Physiciens & des Géometres modernes sont encore aujourd'hui du mê-

me ſentiment, & leurs preuves ſont tellement fondées en raiſon, qu'il ne paroît pas qu'on puiſſe leur refuſer le titre de Démonſtrations. Les Forces Motrices ſont du nombre de ces cauſes que nous ne pouvons connoître que par leur effet. Or pour juger de ce qu'une cauſe peut produire par elle-même, il faut 1°. ne la conſiderer que dans l'inſtant de ſon action, & en éloigner toutes les applications réiterées & ſucceſſives que l'on pourroit en faire. Car comme ces applications différentes ſeroient autant d'actions qui quoiqu'égales entr'elles ſeroient toujours réellement diſtinctes, & produiroient des effets réellement diſtincts, & que les effets ſont toujours proportionnels aux cauſes qui les produiſent, il eſt clair que chaque effet particulier auroit même rapport à l'action particuliere qui l'auroit produit, que la ſomme des effets à la ſomme des actions, & que par conſéquent un plus grand nombre d'effets ne feroient qu'indiquer un plus grand nombre

d'actions réiterées de la cauſe, & non pas une plus grande puiſſance dans la cauſe même eu égard à chaque action. Au reſte on voit bien qu'en parlant ainſi je ſuppoſe qu'il n'y ait rien d'étranger & de non eſſentiel à une cauſe, qui augmente, ou diminue, ou détruiſe ſon action réiterée, en un mot que j'enviſage les cauſes comme ſi elles étoient dans un état ſemblable à celui de la Peſanteur, laquelle ſans ſouffrir aucune altération donne à chaque inſtant des impreſſions égales au corps, mais de peur qu'on ne voulût l'ignorer j'ajoute qu'il faut 2°. écarter de l'effet produit par une cauſe toutes les circonſtances de quelque nature qu'elles ſoient ſans leſquelles la cauſe pourroit ſubſiſter. Ces circonſtances peuvent à la vérité faire varier les effets en mille façons, les augmenter, les diminuer, en ſuſpendre même entierement le cours; mais comme la cauſe ne dépendra pas d'elle pour exiſter, il ſera vrai de dire qu'elle ſera toujours invariable,

& qu'elle conſervera en elle-même le pouvoir d'operer un certain effet fixe & déterminé.

Appliquons ceci aux Forces qui produiſent le Mouvement des corps. Que vois-je dans les effets de ces Forces, je veux dire dans le Mouvement ? Des eſpaces d'une certaine étendue parcourus dans un certain temps par des Maſſes d'une certaine grandeur, tout ceci eſt eſſentiel & entre dans l'idée de ces effets, je n'y ſçaurois rien retrancher, mais tout ce qu'on voudroit ajouter de ſurplus ſeroit entierement ſuperflu : qu'un corps après avoir reçu l'impreſſion de la Force Motrice, reçoive pendant ſon Mouvement des nouvelles impreſſions, de quelque part qu'elles lui viennent, qu'il rencontre ſur ſes pas des obſtacles qui l'arrêtent ou qui affoibliſſent ſa courſe, qu'il ſoit obligé de prendre des nouvelles directions qui lui donnent quelque degré de vîteſſe qu'il n'avoit pas, enfin qu'on imagine tout ce qu'on voudra, il n'arrivera jamais que l'impreſſion,

qu'elle aura reçu de la Force Motrice ſoit différente de ce qu'elle étoit en elle-même indépendamment de toutes ces circonſtances, & cette Force ſera toujours telle qu'elle ſeroit ſi rien n'avoit derangé ſon effet.

De tout ceci il a toujours été facile de conclure que le rapport des Forces Motrices ne peut être différent de celui des produits des Maſſes par les vîteſſes, en donnant au mot de *vîteſſe* la ſignification que nous lui avons donnée ci-deſſus; & nous n'aurions peut-être jamais penſé qu'on dût s'élever contre un ſentiment ſi bien ſoutenu, ſi quelques Géometres modernes ne nous avoient fait voir qu'il n'eſt rien qu'on n'oſe quelquefois critiquer. *Détrompez-vous*, nous ont-ils dit, *il y a deux ſortes de Forces Motrices des corps, les unes qu'on doit appeller Forces Mortes, & les autres à qui on doit donner le nom de Forces Vives. Les Forces Mortes ſont celles qui font impreſſion ſur les corps ſans pouvoir vaincre l'obſtacle qui les empêche de ſe mouvoir, & les Forces Vives ſont celles qui agiſſent ſur les corps qui*

ſont dans un Mouvement actuel qui dure depuis un temps fini & déterminé. Nous convenons, ont-ils ajouté, *que les Forces Mortes, de même que les Forces des corps qui ſe meuvent d'un Mouvement toujours uniforme, ſont entr'elles comme les produits des Maſſes par les vîteſſes, & nous prétendons au contraire que les Forces Vives qui agiſſent ſur des corps dont le Mouvement eſt accéleré ou retardé, ſont dans la raiſon des produits des Maſſes par les quarrés des vîteſſes.* Mais ſur quoi donc ces Géometres ont-ils fondé ces prétentions ? Sur des expériences entaſſées les unes ſur les autres, toujours faites avec beaucoup de préoccupation, & toujours examinées avec une grande envie d'y appercevoir ce que l'on déſiroit de trouver. C'eſt ainſi qu'on ſe trompe ſouvent ſoi-même dans le temps qu'on n'aſpire à rien moins qu'à tirer tout l'Univers du ſein de l'erreur. Mais de peur qu'on ne nous diſe que nous ne voulons rien écouter, examinons ces expériences qu'on nous dit ſi favorables aux Forces Vives, & voyons ce que nous pour-

rons trouver de défectueux dans la maniere dont on les a employées pour soutenir cette nouvelle opinion. Je commence par la plus ancienne, bien moins pour suivre l'ordre des dates, que parce que je suis prevenu, quoique M. Bernoulli pense autrement, qu'il n'en est point de plus forte & de plus simple en même temps dont on puisse faire usage contre nous, & qu'au contraire si celle-ci ne peut se soutenir, les Forces Vives ne peuvent attendre des autres qu'une très-foible défense. La voici donc dans toute sa force, car je ne veux rien dissimuler. J'avertis seulement que quand je parlerai des Forces des corps qui sont dans un Mouvement actuel, je leur donnerai le nom de Forces *agissantes* pour les distinguer des Forces Vives dont le nom doit être consacré pour signifier des Forces proportionnelles aux produits des Masses par les quarrés des vîtesses.

Supposons, disent ces Géometres, que les corps *A*, *B*, étant suspendus auparavant viennent à être lâchés, & *Fig. 1.*

tombent librement, enſorte que le premier parcoure l'eſpace *AC*, & le ſecond l'eſpace *BD*; ces corps étant arrivés en *C* & *D* auront acquis des Forces capables de les faire remonter aux mêmes hauteurs *CA*, *DB*; les Forces en *A* & *B* ſeront donc des Forces mortes, & ſi nous ſuppoſons que les corps *A* & *B* étant parvenus en *C* & *D* remontent en *A* & *B*, leurs Forces ſeront des Forces Vives; mais ces Forces en *C* & *D* ſeront en raiſon compoſées des Maſſes, *A*, *B* & des hauteurs *CA*, *DB*, parce que chacune de ces hauteurs conſume totalement la Force du corps qui la parcourt; donc les Forces Vives ſeront $M \times CA$, $m \times DB$, mais dans l'hypotheſe de Galilée les eſpaces *AC*, *DB* ſont comme les quarrés des vîteſſes acquiſes en *C* & *D*, mettant donc V^2, u^2 au lieu de *CA*, *DB* les Forces Vives ſeront entr'elles comme MV^2, mu^2, c'eſt-à-dire, en raiſon compoſée de la raiſon des Maſſes, & de la raiſon des quarrés des vîteſſes, & ſi l'on ſuppoſe les Maſſes égales, les

les Forces Vives feront comme les quarrés des vîteffes.

Telle eft la prétendue démonftration de ces Autheurs. Mais il eft aifé de voir que leur hypothefe roule fur une fuppofition différente de la nôtre. Selon nous les temps employés par les corps à parcourir leurs efpaces font égaux entr'eux, au lieu que felon les deffenfeurs des Forces Vives les temps font toujours inégaux, & c'eft à quoi ils auroient dû faire un peu plus d'attention. Pour en être convaincu il n'y a qu'à obferver que les corps *A*, *B* étant fuppofés defcendre librement doivent parcourir des efpaces égaux dans des temps égaux; car felon l'hypothefe de Galilée que tout le monde adopte, deux corps qui commencent à defcendre parcourent dans les mêmes temps des efpaces égaux, quoique leurs maffes foient inégales; or les efpaces *AC*, *BD* font inégaux, donc les temps employés à les parcourir font auffi inégaux. Ainfi pour rentrer dans notre hypothefe il faut néceffairement

diviſer les produits MV^2, mu^2 par les temps T, t, ou ce qui revient au même par les vîteſſes V, u qui ſont dans la même raiſon que les temps ſelon les loix du Mouvement uniformément acceléré ou retardé, & dès-lors nous aurons pour l'expreſſion des Forces Vives non plus MV^2, mu^2, mais MV, mu, ce qui fait voir que les Forces agiſſantes ſont entr'elles dans la raiſon compoſée des maſſes & des vîteſſes, de même que les Forces mortes, & non pas dans la raiſon des maſſes & des quarrés des vîteſſes.

Il eſt vrai que la Force du corps A ne pouvant être éteinte par la peſanteur qu'à la fin d'un temps plus grand que celui à la fin duquel la Force du corps B eſt entierement conſumée, il ſemble d'abord que cette différence des temps doit entrer dans la conſideration des Forces des deux corps. Mais pour peu qu'on y faſſe attention on decouvrira aiſément que cette différence ne vient point de ce que ces Forces ſont dans un rapport différent de celui de leurs vîteſſes, mais ſeule-

ment de ce que les vîtesses que la pesanteur ôte à chacune d'elles dans un même temps étant égales entr'elles ne sont point proportionnelles aux Forces primitives; d'où il suit que la Force du corps *A* qui a perdu moins à proportion que la Force du corps *B* dans un temps égal, doit nécessairement durer davantage.

Pour mettre ceci dans tout son jour, supposons que le premier corps soit descendu pendant deux temps égaux *BF*, *FE*, & ait parcouru l'espace *BIE*, & que le second corps pendant le premier temps *BF* ait parcouru l'espace *BFH*; selon l'hypothese de Galilée les vîtesses de ces deux corps seront comme les temps *BE*, *BF*, ou comme 2 à 1. Or si ces corps en remontant ne trouvoient point la pesanteur sur leur pas, le premier parcourroit d'un Mouvement uniforme dans deux temps *EF*, *FB* égaux aux deux temps de sa descente, l'espace *EIMB* double de *BIE* qu'il a parcouru en descendant, & le second corps pendant un temps *FB* Fig. 12.

égal au temps de ſa deſcente parcourroit l'eſpace *F H O B* double de l'eſpace *F H B* parcouru dans ſa chûte ; ainſi le premier corps dans le temps *E F* ne parcourroit que l'eſpace *E I N F* qui n'eſt que la moitié de l'eſpace *E I M B* qu'il parcourroit dans un temps double, & par conſéquent les deux corps parcourroient dans un temps égal des eſpaces *E I N F*, *F H B O* qui ſeroient comme leurs vîteſſes, c'eſt-à-dire, comme 2. 1 ; mais les maſſes multipliées par les eſpaces parcourus dans des temps égaux ſont la meſure des Forces ; donc les Forces agiſſantes de 2 corps égaux conſiderées dans des temps égaux ſeroient comme 2 à 1, ou comme les vîteſſes, ſi la Peſanteur n'agiſſoit pas ſur eux. Voyons donc ce que fait cette Peſanteur ; elle ôte au premier temps un degré de vîteſſe au premier corps, & dans le même temps elle en ôte auſſi un degré au ſecond ; & de là il arrive que le ſecond, à qui la Peſanteur ôte tout ce qu'il avoit de vîteſſe, perd toute ſa

Force, & que le premier, à qui la Pesanteur n'ôte que la moitié de sa vîtesse, ne perd que la moitié de sa Force ; laquelle par conséquent dure davantage, non pas parce qu'elle est avec la Force du second dans un rapport différent du rapport 2, 1 des vîtesses, mais uniquement parce qu'on lui ôte moins à proportion dans un temps qu'on n'ôte à l'autre dans le même temps. De là vient encore que quoique les deux Forces qui font remonter les deux corps soient comme 2 à 1, cependant les espaces *EIHF*, *FHB* qu'elles font parcourir dans le même temps ne sont pas dans cette raison, mais dans celle de 3 à 1 ; car les vîtesses qu'on leur ôte ne leur étant pas proportionnelles, & le premier corps perdant moins à proportion que le second, il est évident que ce corps doit parcourir dans un même temps un espace qui soit plus que double de celui que le second parcourt ; mais tout cela ne diminue rien de la valeur primitive des Forces, & n'empêche point qu'el-

les ne fiſſent parcourir aux deux corps dans un même temps des eſpaces qui ſeroient comme 2, 1 ſi la Peſanteur ne s'oppoſoit à leur montée ou Mouvement comme on a vu ci-deſſus, ou ſi cette Peſanteur leur ôtoit dans un même temps des Forces proportionnelles. En effet la ſimple inſpection de la figure fait voir que ſi la Peſanteur ôtoit dans le même temps au premier corps 2 de vîteſſe, & au ſecond 1 de vîteſſe pour proportionner aux Forces les vîteſſes ôtées, le premier corps perdroit toute ſa Force dans le même temps que le ſecond perdroit la ſienne, puiſqu'il n'eſt pas poſſible qu'il y eût un reſte de Force là où il n'y auroit plus de vîteſſe.

Il n'eſt donc point vrai que les Forces agiſſantes ſoient en raiſon compoſée des maſſes & des quarrés des vîteſſes, ſoit qu'on veuille avoir égard à la différence des temps, ou qu'on veuille la negliger, & par conſéquent la diſtinction que l'on veut mettre entre le rapport des Forces agiſſantes, & le rapport des Forces mortes eſt

une diſtinction qui ne ſçauroit avoir de fondement. L'erreur des Partiſans des Forces Vives vient de ce qu'ils ſubſtituent dans la meſure des Forces les eſpaces au lieu des vîteſſes comme on avoit toujours fait avant eux, & comme feront toujours les Géometres qui ſeront attentifs à ſuivre la nature. *Les Forces mortes*, diſent-ils, *ſont en raiſon des maſſes & des vîteſſes, mais nous démontrons par l'expérience des corps qui remontent que les Forces Vives ſont en raiſon compoſée des maſſes & des quarrés des vîteſſes; donc il eſt demontré auſſi que les Forces Vives ne ſont pas comme les Forces mortes.* Reprenons ce raiſonnement, & ſuivons-le pas à pas pour en mieux voir le défaut. *Les Forces mortes ſont en raiſon des maſſes & des vîteſſes.* Cette propoſition n'eſt vraye que parce que le mot de vîteſſe entraîne toujours avec lui l'égalité des temps, & que par conſéquent on a égard à tout ce qui entre dans la compoſition du Mouvement, je veux dire au temps, à la maſſe, & à l'eſpace : mais ſi l'on nous diſoit

que ſes Forces mortes, ou d'autres Forces qui ſeroient dans le rapport des Forces mortes ſont en raiſon compoſée des maſſes & des eſpaces qu'elles tendent à faire parcourir, ou qu'elles font parcourir, la propoſition pourroit être vraye ou fauſſe, & ſon énoncé ſeroit vitieux. Elle ſeroit vraye ſi les eſpaces étoient parcourus dans des temps égaux, parce qu'alors les vîteſſes ſeroient comme les eſpaces; mais elle ſeroit fauſſe ſi les temps étoient inégaux, parce qu'en ce cas les eſpaces ne ſeroient pas dans la raiſon des vîteſſes; & le défaut du raiſonnement ne pourroit être imputé qu'à la négligence qu'on auroit euë de ne point faire attention au temps, lequel doit toujours être conſideré lorſqu'il s'agit du Mouvement.

Les Défenſeurs des Forces Vives diſent que ce n'eſt qu'après que le Mouvement des corps a duré pendant un temps, à la vérité petit, mais fini & déterminé, que les Forces des corps ſont en raiſon compoſée des maſſes & des quarrés des vîteſſes;

ainſi ſuppoſons qu'un corps qui commence à ſe mouvoir parcoure dans un inſtant un petit eſpace, & qu'un autre corps égal en maſſe au premier parcoure un eſpace égal à celui que le premier a parcouru, mais dans deux inſtans; les Forces de ces corps n'étant point encore des Forces Vives ſeroient comme les Forces mortes. Or on voit bien que ſi on diſoit que ces deux Forces ſont en raiſon compoſée des maſſes & des eſpaces on auroit tort, puiſque la vîteſſe du premier ſeroit double de la vîteſſe du ſecond, à cauſe qu'il auroit parcouru ſon eſpace dans un ſeul inſtant, au lieu que l'autre ne l'auroit parcouru que dans deux. Donc, &c.

Nous avons demontré, ajoute-t-on, *que les Forces Vives ſont entr'elles en raiſon compoſée des maſſes & des quarrés des vîteſſes.* On l'auroit demontré ſi l'on avoit prouvé qu'on doit prendre pour leurs meſures les produits des maſſes par les hauteurs, leſquelles ſont comme les quarrés des vîteſſes dans les Mouvemens accélerés ou retardés;

mais comme nous avons fait voir que cette façon de meſurer les Forces n'étoit pas légitime, non-ſeulement à cauſe que l'on neglige la différence des temps, mais encore parce que cette différence ne provient que de ce que les vîteſſes que le Mouvement retardé ôte aux Forces dans un même temps ne ſont pas proportionnelles à ces Forces, ce qui ne change rien à la nature des Forces en elles-mêmes; il s'enſuit qu'on croit vainement avoir demontré que les Forces agiſſantes ſont en raiſon compoſée, &c.

Donc, conclut-on, *nous avons demontré que les Forces Vives ne ſont pas comme les Forces mortes*: cette conſéquence eſt abſolument fauſſe, puiſque le principe ſur lequel elle s'appuye n'a nulle apparence de vérité.

M. de Leibnits fut le premier qui imagina la diſtinction des Forces mortes & des Forces Vives, & malgré le mauvais accueil que les Sçavans de France & d'Angleterre firent à ce ſentiment, M. Jean Bernoulli dans la ſuite ne craignit pas de l'embraſſer.

Cet illustre Géometre convint que la preuve que M. de Leibnits tiroit du Mouvement retardé ne lui paroissoit pas assez convaincante, mais il en apporta d'autres qu'il regarda comme autant de Demonstrations que personne à l'avenir ne pourroit plus contester. On les trouve dans son Discours sur les Loix du Mouvement imprimé à Paris en 1727. chez Jombert, Libraire, ruë Saint Jacques. Depuis ce temps-là Messieurs Volf, Poleni, Bulfinger, Gravesande, Muschembroc, & quelques autres se sont attachés à appuyer le même sentiment, non-seulement sur des raisons Géometriques, mais encore sur des expériences très-capables d'obscurcir la vérité si l'on n'y faisoit attention. Quoiqu'en fait de Mathematiques les seules Demonstrations ayent force de loix, il y a cependant bien des personnes sur qui le nom de quelques Autheurs célébres fait de grandes impressions, sur-tout lorsqu'on neglige de repondre aux raisonnemens dont ces Autheurs appuyent

leurs idées. Pour prevenir ce mauvais effet je vais rapporter dans toute leur étendue les deux preuves dont M. Bernoulli se sert comme de deux boucliers impénétrables à la plus févere critique, & j'espere d'en faire voir le foible d'une maniere si évidente qu'on n'aura plus lieu de suspendre son jugement entre les deux partis. Le premier de ces Argumens demande quelques principes préliminaires que je vais établir afin que le Lecteur ne trouve rien qui puisse l'arrêter.

Fig. 2. Si un corps *A B C* se trouvant comprimé par une ou plusieurs puissances a dans soi-même, ou par une cause quelconque, une Force de se remettre dans l'état où il étoit avant la compression après qu'il aura consumé ou repoussé par sa résistance les Forces qui le comprimoient, ce corps se nomme corps *élastique*, corps à *ressort*, ou simplement *ressort*.

Un ressort A B C qui est tenu dans un état de compression par une ou plusieurs puissances est en équilibre avec ces puissances.

Si les puiſſances *A*, *C*, étoient plus foibles que le reſſort, elles ſeroient forcées de ceder à la Force du reſſort, & ſi elles étoient plus fortes le reſſort cederoit, & ſe trouveroit dans un état de compreſſion plus grand.

Si un reſſort A B C eſt tenu dans un état de compreſſion par deux puiſſances, ces puiſſances ſont égales entr'elles. Si la puiſſance *A* preſſoit plus fortement que la puiſſance *C*, la Force du reſſort ſe porteroit ſur la puiſſance plus foible *C*, & l'obligeroit de ceder juſqu'à ce que les deux puiſſances puſſent ſe trouver en équilibre.

Si un reſſort A B C étant tenu dans un état de compreſſion par deux puiſſances A, C, on ſubſtitue à la place de l'une des puiſſances C un plan immobile E F, la puiſſance A ne fera pas plus d'effort qu'elle en faiſoit auparavant. La réſiſtance du plan *E F* ne preſſe pas davantage la jambe *C B* que la puiſſance *C* ne la preſſoit; car ce plan ne fait autre choſe qu'empêcher la jambe *C B* de s'écarter de la jambe *A B*; or la Force *A* étoit en équilibre avec la Force *C*; donc

elle doit être en équilibre avec la résistance du plan *EF*.

Fig. 3. *Si deux puissances A, B tiennent plusieurs ressorts égaux dans un état de compression, elles ne font pas plus d'effort que si elles ne comprimoient qu'un seul de ces ressorts ACD.* Supposons que les deux Forces *A*, *B* étant appliquées aux extrêmités *A*, *D* du ressort *ACD* le compriment en lui faisant faire un angle de 30 degrés, je mets à la place de la puissance *B* un plan immobile *MN*, & le ressort n'étant pas plus comprimé qu'auparavant, la puissance *A* ne fera pas aussi plus d'effort qu'elle n'en faisoit. Je prens un autre ressort *DEF* égal au ressort *ACD*, & faisant appuyer sa jambe *DE* sur le plan immobile *MN*, j'applique à l'autre extrêmité *F* la puissance *B*. Il est visible que ce ressort sera aussi comprimé que le ressort *ACD*, puisque tout est égal de part & d'autre. Or l'effort de la jambe *CD* sur le plan immobile *MN* est égal à l'effort de la jambe *DE* sur le même plan; donc si nous ôtons le plan *MN*, les deux

jambes *C D*, *D E* feront en équilibre, & les puiſſances *A*, *B*, ne feront pas plus d'effort qu'elles n'en faiſoient avant qu'on ôtât le plan, c'eſt-à-dire, qu'elles n'agiront pas plus que ſi elles ne comprimoient que le ſeul reſſort *A C D*. Par la même raiſon ſi au lieu de la puiſſance *B* miſe en *F* on ſubſtitue un plan *O P*, la puiſſance *A* ne fera pas plus d'effort qu'elle n'en faiſoit auparavant, & ſi l'on met un autre reſſort *F G H* égal à *A C D*, & qui s'appuyant d'une part ſur le plan *O P* ſoit comprimé de l'autre par la puiſſance *B* miſe en *H*, cette puiſſance fera le même effort qu'elle faiſoit en *F*; & comme en ôtant le plan *O P* les deux jambes *EF*, *FG* feront en équilibre, il s'enſuit que les deux puiſſances *A*, *B*, miſes en *A* & en *H* comprimeront les trois reſſorts *ACD*, *DEF*, *FGH* chacun ſous un angle de 30 degrés en ne faiſant pas plus d'effort qu'en comprimant le ſeul reſſort *ACD* ſous le même angle; & on prouveroit la même choſe s'il y avoit un plus grand nombre de reſſorts.

Que si au lieu de l'une des puissances *A* on met un plan immobile *VX*, il est évident que la puissance *B* ne fera pas plus d'effort pour comprimer les ressorts *ACD*, *DEF*, *FGH*, &c. chacun sous un angle de 30 degrés, que si elle n'en comprimoit qu'un. Tout ceci supposé venons à la premiere Demonstration de M. Bernoulli.

Fig. 4. *Concevons*, dit cet Autheur, *deux rangs de ressorts égaux & également bandés, composés l'un de 12 ressorts, & l'autre de trois, dont une des extrêmités soit appuyée contre les points fixes A, B, & l'autre arrêtée par les boules L, P que des puissances R & S empêchent de se mouvoir; il est visible que les deux boules L, P sont également pressées, & que par conséquent les Forces mortes qui pressent ces boules sont égales. Voyons ce que ces impressions ou Forces mortes mises en œuvre peuvent produire de Forces Vives. Pour cet effet imaginons-nous que les puissances R, S se retirent, il est constant que les boules L & P seront obligées de ceder, & que dans le Mouvement acceléré que leur imprimeront les*

les ressorts, la boule L acquerra plus de vîtesse par les efforts continués de douze ressorts que la boule P égale à la boule L n'en peut acquerir par les efforts continués de trois ressorts.

Je suppose deux lignes droites quelconques données AC, BD que je prens pour deux rangs de petits ressorts égaux & également bandés; (nous concevrons que ces deux droites sont comme 12 à 3 afin de ne pas abandonner la supposition que M. Bernoulli a commencé de faire ainsi qu'on vient de voir). *Je suppose de plus que deux boules égales commencent à se mouvoir des points C, D vers F & L lorsque les ressorts commencent à se dilater. Soient CML, DNK deux lignes courbes, dont les ordonnées GM, HN expriment les vîtesses acquises aux points G, H. Je nomme BD = a, l'abcisse DH = x, sa différence HP = dx, l'ordonnée HN = u, & sa différence TO = du; je prens ensuite les abcisses CG, CE de la courbe CML telles qu'elles soient aux abcisses de la courbe DNK, comme AC est à BD, ou ce qui est la même chose; je fais BD. AC ::* Fig. 8

DH.CG::DP.CE, & supposant AC = na, on aura CG = nx, GE = ndx; soit enfin l'ordonnée GM = z; tout ceci supposé je raisonne ainsi.

Les boules étant parvenues aux points H & G, chaque ressort tant de ceux qui étoient resserrés dans l'intervalle AC, que de ceux qui l'étoient dans l'intervalle BD, sera dilaté également, parce que AC.CG:: BD.DH; chacun de ces ressorts aura donc perdu une partie égale de son élasticité, & il leur en restera à chacun également; donc les pressions ou les Forces mortes que les boules en reçoivent en H & en G sont aussi égales entr'elles. Je nomme cette pression p. Or l'accroissement élementaire de la vitesse en H, je veux dire la différence TO ou du est par la loi connue de l'accéleration en raison composée de la Force Motrice ou de la pression p, & du petit temps que le Mobile met à parcourir la différence HP ou dx, lequel temps s'exprime par $\frac{HP}{HN} = \frac{dx}{u}$, * *on aura donc* $du = \frac{pdx}{u}$, *& partant* $udu = pdx$, *dont l'integrale est* $\frac{1}{2}uu = \int pdx$; *par la*

* Voyez la Mechanique générale, *Liv. I. n. 84.*

même raison on a $dz = \frac{p \times GE}{GM} = \frac{pndx}{z}$, *par conséquent* $zdz = pndx$, *& en integrant* $\frac{1}{2}zz = \int pndx$; *d'où il suit que* $uu . zz :: \int pdx . \int pndx :: 1 . n :: a . na :: BD . AC$. *or* BD *est à* AC, *comme la Force Vive acquise en* H *est à la Force Vive acquise en* G ; *donc ces deux Forces sont entr'elles comme* uu *est à* zz ; *ainsi les Forces Vives des corps égaux en masses sont comme les quarrés de leurs vîtesses, & ces vîtesses elles-mêmes sont comme les racines quarrées des Forces Vives, ce qu'il falloit demontrer.*

Avant de refuter cette preuve de M. Bernoulli, nous chercherons le rapport des temps pendant lesquels les deux boules se meuvent, & nous nommerons t le temps de la boule P & T le temps de la boule L. Il est sûr par les regles de la proposition de la Mechanique générale que nous venons de citer, que nous aurons $t . T :: \int dx \times \frac{1}{\sqrt{\int pdx}} . n\int dx \times \frac{1}{\sqrt{n\int pdx}} :: \int dx \times \sqrt{n\int pdx} . n\int dx \times \sqrt{\int pdx}$. Or $\int dx$ est l'inte- Fig. 4.

Fig. 5. grale de DH, & $n\int dx$ est l'integrale de CG; donc $\int dx = DH$, & $n\int dx = CG$; de même ayant trouvé ci-dessus $uu . zz :: \int p dx . n\int p dx$, nous aurons $u . z :: \sqrt{\int p dx} . \sqrt{n\int p dx}$; mettant donc dans la proportion $t . T :: \int dx \times \sqrt{n\int p dx} . n\int dx \times \sqrt{\int p dx}$ les valeurs DH, CG de $\int dx$ & $n\int dx$, & la raison $u . z$ au lieu de son égale $\sqrt{\int p dx} . \sqrt{n\int p dx}$, nous aurons $t . T :: DH \times z . CG \times u$; mais par la construction nous avons $DH . CG :: BD . AC$, & nous avons trouvé $BD . AC :: uu . zz$; donc $t . T :: uuz . zzu :: u . z$; c'est-à-dire, le temps employé à la fin de l'espace DH est au temps employé à la fin de l'espace CG, comme la vîtesse acquise à la fin de DH est à la vîtesse acquise à la fin de CG.

De tout ce que nous venons de voir il suit que le Mouvement des deux boules est un Mouvement uniformément accéleré, car la Force morte ou pression des boules égales
Fig. 4. L, P est égale, de même que leur Pe-

ſanteur eſt égale, les eſpaces parcourus ſont entr'eux comme les quarrés des vîteſſes, & les temps ſont comme les vîteſſes; tout ſuit donc ici la Loi de Galilée; or dans cette Loi lorſque les eſpaces parcourus ſont égaux, les temps employés à les parcourir vont en diminuant, & les impreſſions de la Peſanteur correſpondantes à ces temps inégaux diminuent auſſi, puiſque ces impreſſions ne ſont égales que lorſque les temps étant égaux les eſpaces vont en augmentant; donc les Forces des reſſorts qui tiennent ici lieu des impreſſions de la Peſanteur, & dont les debandemens font parcourir des eſpaces égaux aux corps font des impreſſions inégales ſur ces corps. Par exemple le premier reſſort *M* fait plus d'impreſſion ſur *L* que le ſecond, & le ſecond en fait plus que le troiſiéme, & ainſi de ſuite à cauſe que les temps correſpondans aux debandemens égaux vont en diminuant; ainſi quoique les douze reſſorts qui agiſſent ſur la boule *L* ſoient égaux entr'eux, cependant

les impressions qu'ils font sur cette boule vont en diminuant à mesure qu'ils en sont plus éloignés, & il faut dire la même chose des trois ressorts qui agissent sur la boule *P*. D'où il suit que les impressions des douze ressorts sur la boule *L* prises ensemble valent moins que les Forces de ces douze ressorts prises ensemble, puisque les Forces des douze ressorts sont égales, au lieu que les impressions vont en diminuant, & par la même raison les impressions des trois ressorts qui agissent sur la boule *P* prises ensemble valent moins que les Forces de ces trois ressorts. Or les Forces agissantes des boules *L*, *P* sont proportionnelles aux impressions des ressorts qui les pressent puisqu'elles en sont les effets; donc ces Forces Vives sont moindres que les Forces des ressorts, & par conséquent elles ne sont pas dans la raison des espaces ou des quarrés des vîtesses. Il semble que Monsieur Bernoulli auroit dû s'appercevoir du défaut de son raisonnement.

Et pour faire voir que les Forces des corps en Mouvement ſont ici comme les vîteſſes de même que partout ailleurs, il n'y a qu'à conſiderer que les vîteſſes étant comme $\sqrt{12}$ eſt à $\sqrt{3}$, ou comme $2\sqrt{3}$ à $\sqrt{3}$, ou enfin comme 2 à 1, le temps de la boule *L* eſt au temps de la boule *P* comme 2 à 1. C'eſt pourquoi ſuppoſant que les deux boules faſſent effort pour réfermer les reſſorts avec les vîteſſes acquiſes à la fin des debandemens, la boule *L* ne conſumera ſa Force qu'à la fin de deux temps, à chacun deſquels elle perdra un degré de vîteſſe à cauſe de l'égalité des temps, & la boule *P* perdra ſa Force à la fin du premier temps, parce que la vîteſſe qu'elle perdra étant égale à la vîteſſe qu'elle avoit, il ne lui en reſtera plus; or comme la boule *L* ne continuera de ſe mouvoir après le premier temps que parce que la vîteſſe qu'elle aura perdu en fermant des reſſorts ſur ſon paſſage, ſera moins grande par rapport à ſa vîteſſe totale, que la vîteſſe que la boule *P*

aura perdu dans le même temps n'eſt grande par rapport à ſa vîteſſe totale, & qu'au contraire en ſuppoſant que les vîteſſes ôtées à chaque boule dans un même temps fuſſent proportionnelles à leurs vîteſſes totales, les deux boules perdroient toute leur Force à la fin de ce premier temps ; il s'enſuit que les Forces de ces boules doivent être comme les vîteſſes qu'elles perdroient en même temps ſi les vîteſſes perdues dans des temps égaux étoient proportionnelles aux vîteſſes acquiſes, ou comme les eſpaces qu'elles parcourroient dans le même temps ſi elles ne perdoient rien de leurs vîteſſes. Mais les portions proportionnelles de vîteſſe que les boules perdroient dans un même temps ſont comme les vîteſſes acquiſes, & non pas comme leurs quarrés ; donc les Forces de ces boules ne ſont pas comme les quarrés des vîteſſes acquiſes, mais ſimplement comme ces vîteſſes.

L'argument que l'on tire contre les Forces Vives de la différence des temps a paru ſi fort à M. Bernoulli qu'il

qu'il n'a pris d'autre parti que celui de nier qu'on dût faire attention à cette différence; mais comme ce ſçavant Géometre n'ignoroit pas qu'on ne nie point une Propoſition ſans donner les raiſons qui engagent à prendre la négative, il s'eſt appuyé ſur une proprieté de la Cycloide renverſée que nous avons démontrée dans la Mechanique, Liv. I. n. 204. Soient les deux corps égaux *A*, *B* attachés à deux différens points *A*, *B* de la demi Cycloide renverſée *A B C*, ſi l'on vient à couper les fils qui les retiennent, & que ces corps ne puiſſent ſe mouvoir que le long de la demi Cycloide, ils ſe mouvront d'un Mouvement acceléré, puiſque la demi Cycloide eſt un Polygone d'une infinité de côtés ou de plans inclinés, & que le Mouvement ſur des plans inclinés eſt un Mouvement qui s'accélere, cependant ces deux corps arriveront à la fin d'un même temps au point *C*, quoique les eſpaces qu'ils ont à parcourir ſoient différens; donc ſi ces deux corps après être parvenus Fig. 7.

en *C* viennent à remonter avec leurs vîteſſes acquiſes, ils parviendront auſſi dans un même temps aux points *A*, *B*, d'où ils étoient partis, & par conſéquent, dit M. Bernoulli, il eſt fort aiſé de faire monter des corps peſans à différentes hauteurs dans des temps égaux.

Je ne ſçais pas quel avantage M. Bernoulli prétend tirer d'une expérience qui ſe trouve directement oppoſée à ce qu'il veut établir. Deux corps égaux peuvent dans des temps égaux parcourir des eſpaces inégaux par un Mouvement accéleré; cela eſt indubitable, & ne ſçauroit même manquer d'arriver quand les vîteſſes acquiſes avec leſquelles les corps remontent ſont inégales. Mais les eſpaces inégaux parcourus dans des temps égaux ſeront-ils comme les quarrés des vîteſſes acquiſés? C'eſt ce que nous nierons toujours, comme étant oppoſé aux loix du Mouvement retardé, & ce que M. Bernoulli ne nous fera jamais trouver dans la Cycloide renverſée. Au contraire nous

avons demontré dans l'Ouvrage cité ci-dessus que les espaces *C A*, *C B* parcourus dans des temps égaux par les corps *A*, *B* sont précisément comme les vîtesses acquises à la fin de leur descente ; & ceci seroit pour nous un nouveau motif d'attaquer les Forces Vives, si nous cherchions à entasser expérience sur expérience plûtôt qu'à établir un raisonnement décisif contre lequel on ne puisse plus revenir.

Après la prétendue Démonstration touchant les ressorts que nous venons de refuter, M. Bernoulli en apporte une autre qu'il nomme Géometrique & Générale, &, qui, à son avis, est si fort au-dessus de toute exception, qu'elle est seule capable de convaincre les Partisans les plus obstinés de l'opinion vulgaire. Voyons si en effet elle a de quoi nous convaincre pleinement, ou si à notre tour nous n'aurons pas quelque raison plus forte qui emportât le dessus. Ceux qui n'entendent pas les regles du Mouvement composé, au-

ront ſoin avant de lire ceci, de voir ce que nous enſeignons touchant ce Mouvement dans notre Méchanique.

Fig. 6. *Figurons-nous*, dit M. Bernoulli, *que le corps C frappe obliquement un reſſort placé en L avec la vîteſſe C L; ſoit l'angle d'obliquité C L P de 30 degrés, afin que la perpendiculaire CP devienne égale à $\frac{1}{2}$ CL; ſoit la vîteſſe C L = 2, & ſoit enfin la réſiſtance du reſſort L, telle que pour le plier il faille préciſement un degré de vîteſſe dans le corps C, lorſque ce corps le heurte perpendiculairement, on ſuppoſe que le corps C ſe meut ſur un plan horizontal. Ceci connu, je dis qu'après que le corps C aura choqué obliquement le corps L avec une vîteſſe CL de deux degrés, vîteſſe, qui, en vertu de la compoſition du Mouvement, eſt compoſée de C P = 1 & de P L = $\sqrt{3}$, ce corps perdra entierement le Mouvement perpendiculaire par C P, & ne retiendra que le Mouvement par P L = $\sqrt{3}$, ainſi le corps C après avoir conſumé ſon Mouvement par C P à plier le premier reſſort L, continuera à ſe mouvoir ſelon la direction P L M avec la vîteſſe L M = P L = $\sqrt{3}$. Conce-*

vons au point M un second ressort semblable au premier ; & l'angle de l'obliquité L M Q tel que la perpendiculaire L Q soit 1 ; *il est clair que le Mouvement par L M étant composé des deux collateraux par L Q & Q M, continuera selon la direction Q M N avec une vitesse M N égale à Q M* $= \sqrt{2}$; *imaginons au point N un ressort égal à chacun des précédens que le corps rencontre sous un angle demi droit M N R, afin que M R perpendiculaire à la ligne de situation du ressort devienne égal à* 1. *Il est manifeste que le Mouvement par M N composé des Mouvemens par M R & par R N consumera le premier de ces Mouvemens par M R à plier le ressort N, & par conséquent son autre Mouvement par R N continuera avec une vitesse N O* = *R N* = 1 ; *le corps C conserve donc encore un degré de vitesse suivant la direction R N O après avoir plié les trois ressorts, L, M, N, & c'est avec ce degré de vitesse qu'il pliera le quatriéme ressort O, contre lequel je suppose qu'il heurte perpendiculairement.*

Il paroît de tout ceci que le corps C a la Force de plier avec deux degrés de vitesse

quatre ressorts, dont chacun demande pour être plié un degré de vîtesse dans le corps C. Mais ces quatre ressorts pliés sont l'effet total de la Force du corps C mû avec deux degrés de vîtesse, puisque toute cette vîtesse du corps C se consume à plier ces quatre ressorts l'un après l'autre, & un seul ressort plié est l'effet total de la Force du même corps C mû avec un degré de vîtesse, puisque la résistance de chaque ressort est telle qu'elle détruit précisément un degré de vîtesse dans ce corps C. Puis donc que les effets totaux sont entr'eux comme les Forces qui ont produit les effets, il faut que la Force Vive du corps C mû avec deux degrés de vîtesse soit quatre fois plus grande que la Force Vive du même corps mû avec un degré de vîtesse.

Quand on soutient une mauvaise cause l'esprit & le sçavoir sont d'un très-foible secours, le raisonnement de M. Bernoulli montre assez que ce Géometre s'est servi habilement de l'un & de l'autre, mais malgré la subtilité de ses raisons, il n'est pas difficile d'en decouvrir le défaut.

Je ne sçaurois disconvenir qu'il n'y

ait ici quatre degrés de Force, puisque les quatre resſorts n'agiſſant point l'un ſur l'autre demandent chacun un degré pour être comprimé, mais je nie que ces quatre degrés de Force ſoient produits uniquement par les deux degrés de vîteſſe du corps *C*, & que les quatre reſſorts n'ayent conſumé que deux degrés de vîteſſe, comme M. Bernoulli l'avance ici. Le corps *C* ayant perdu un degré de vîteſſe par le choc du reſſort *L* n'en auroit plus qu'un degré s'il continuoit à ſe mouvoir ſelon la même direction *C L*, mais comme il prend la direction *L M*, ſa vîteſſe devient $\sqrt{3}$; or $\sqrt{3}$ étant plus grand que 1, il eſt conſtant que l'excès de vîteſſe que le corps *C* gagne dans la direction *L M* ſur la vîteſſe 1 qui lui reſteroit s'il ſuivoit ſa premiére direction, eſt $\sqrt{3} - 1$. De même la vîteſſe $LM = \sqrt{3}$ étant diminuée de 1 après le choc du reſſort *M*, il ne devroit reſter au corps *C* que $\sqrt{3} - 1$ de vîteſſe, mais il lui reſte $\sqrt{2}$ plus grand que $\sqrt{3} - 1$, donc ce que le corps gagne de vîteſſe

eſt $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 1$; enfin la vîteſſe $MN = \sqrt{2}$ étant diminuée de 1 par le choc du reſſort N, la vîteſſe reſtante après ce choc devroit être $\sqrt{2} - 1$, mais cette vîteſſe reſtante eſt 1, donc le corps C a gagné $1 - \sqrt{2} + 1$, ajoutant donc toutes ces vîteſſes gagnées par les différens changemens de direction, nous aurons $\sqrt{3} - 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3} + 1 + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2$, ainſi les changemens de direction ont augmenté la vîteſſe primitive 2 du corps C de 2 degrés de vîteſſe, & par conſéquent il y a eu à la fin du Mouvement quatre degrés de vîteſſes éteintes, de même qu'il y a eu quatre Forces conſumées. Or les quatre reſſorts égaux ayant été comprimés par des degrés égaux de vîteſſes, CP, LQ, MR, NO, & leur réſiſtance ayant fait perir quatre Forces égales, il s'enſuit que chacune de ces Forces a été proportionnelle à la vîteſſe, & que par conſéquent la ſomme des quatre Forces, c'eſt-à-dire, la Force totale du corps C eſt comme la ſomme des quatre vîteſſes, & non pas comme le quarré de cette ſomme.

Il eſt vrai que la Force éteinte par les quatre reſſorts eſt comme le quarré 4 de la vîteſſe primitive du corps 2, mais comme cette vîteſſe ne renferme pas toute la vîteſſe qui a compoſé cette Force, puiſqu'elle n'en eſt que la moitié, il faudroit donc dire que la Force agiſſante eſt comme le quarré de la moitié de ſa vîteſſe totale; encore ne ſeroit-ce que dans l'exemple préſent, car ſi au lieu de la vîteſſe primitive 2 nous prenions 4, c'eſt-à-dire, ſi nous faiſions $CL=4$, & $CP=1$, ce qui demanderoit que l'angle de l'obliquité CLP fût plus aigu, alors en faiſant à peu près la même conſtruction que M. Bernoulli, nous trouverons que le corps C avec 4 de vîteſſe pourroit fermer 16 reſſorts, dont chacun demanderoit un degré de Force pour être comprimé, ainſi la Force totale ſeroit 16, & par conſéquent elle ſeroit comme le quarré 16 de la vîteſſe primitive 4. Mais comme 4 ne renfermeroit pas toute la vîteſſe de cette Force, puiſqu'il y auroit 16 vîteſſes correſpon-

dantes aux 16 resſorts bandés, il faudroit dire que la Force agiſſante ſeroit ici comme le quarré du quart de ſa vîteſſe totale, tandis que dans le cas précédent il auroit fallu dire que la Force agiſſante étoit comme le quarré de la moitié de toute ſa vîteſſe, d'où l'on voit que la Force agiſſante dans ces ſortes d'exemples n'a point de rapport fixe avec le quarré de ſa vîteſſe totale; au lieu qu'elle eſt conſtamment comme cette vîteſſe.

Ce n'eſt donc qu'à la Décompoſition du Mouvement, & non pas à aucune qualité des Forces agiſſantes qu'il faut attribuer la différence des effets que produit un corps en Mouvement lorſqu'il ſuit ſucceſſivement les directions des Forces qui compoſent ſon Mouvement; les Forces compoſantes priſes enſemble ſont toujours plus grandes que la compoſée; par exemple les vîteſſes *CP*, *PL* priſes enſemble ſont plus grandes que la vîteſſe *CL* qu'elles compoſent, c'eſt pourquoi ſi le corps *C* après avoir ſuivi la direction *CL* rencontre un

obſtacle qui lui faiſant perdre le Mouvement ſelon *CP*, l'oblige de ſe mouvoir ſelon *L M* qui eſt dans la direction *PL*, la vîteſſe qu'il aura ſelon cette direction ſera plus grande que celle qu'il auroit eûë après le choc s'il avoit ſuivi la direction *CL*, ce qu'il auroit pu faire ſi le reſſort *L* avoit été perpendiculaire ſur *CL*, & ne lui avoit ôté ſur ſa direction qu'une vîteſſe égale à *CP*. Donc en ſuivant la direction *L M* il aura plus de Force que s'il ſuivoit toujours la direction *C L*. Et il eſt viſible qu'en decompoſant pluſieurs fois ſon Mouvement, on augmentera ſa Force, & on le rendra capable de plus grands effets. Mais tout cela ne dit rien en faveur des Forces Vives, & quoiqu'on veuille établir là-deſſus, jamais on ne prouvera que ces Forces ſoient comme les quarrés de leurs vîteſſes.

Pour mieux faire voir la fauſſeté de la prétention de M. Bernoulli, je n'ai qu'à montrer que s'il y a ici quatre degrés de Force agiſſante, il y a auſſi quatre Forces mortes qui ten-

dent chacune ſelon ſa direction à donner 1 de vîteſſe, & que par conſéquent les Forces agiſſantes ſont ici dans la même raiſon que les Forces mortes. Or voici comme je le prouve : la vîteſſe *CL* eſt compoſée de *CP*, *PL*; la vîteſſe *PL* ou *LM* eſt compoſée de *LQ*, *QM*, & la vîteſſe *QM* ou *MN* eſt compoſée de *MR* ou *RN* ou *NO*; donc la vîteſſe *CL* eſt compoſée des quatre *CP*, *LQ*, *MR*, *RN* qui ſont égales entr'elles. Menant donc par le point *C* la droite *CZ* égale & parallele à *LQ*, la droite *CX* égale & parallele à *MR*, & la droite *CT* égale & parallele à *NO*, la Force *CL* ſera compoſée des quatre Forces mortes *CP*, *CZ*, *CX*, *CT*, qui toutes tendront à donner au corps *C* ſelon leurs directions un degré de vîteſſe; c'eſt pourquoi ſi le corps *C* choque ſucceſſivement ſelon ces 4 directions, il y aura 4 degrés de Force agiſſante correſpondans aux 4 Forces mortes, & ſi le corps *C* ſuit toujours la direction *CL*, il n'y aura que deux degrés de Force

agiſſante correſpondans à une Force morte qui tendroit à donner ſur *C L* les deux degrés de vîteſſe que les quatre Forces mortes tendent à donner au corps ſelon cette direction *C L*. Donc les Forces agiſſantes ſont comme les Forces mortes, mais celles-ci ſont comme les vîteſſes qu'elles tendent à donner; donc les Forces agiſſantes ſont auſſi comme leurs vîteſſes, & non pas comme leurs quarrés. Et ſi elles ſont comme le quarré de la vîteſſe qui ſuivroit toujours la direction *C L*, c'eſt que les Forces mortes qui compoſent cette vîteſſe ſont auſſi comme le quarré de la vîteſſe de cette direction.

Je pourrois rapporter ici quelques autres prétendues Demonſtrations que les Partiſans de M. de Leibnits apportent pour ſoutenir ſon ſentiment, mais comme les refutations que j'en ferois rouleroient à peu près ſur les mêmes principes, je me contenterai de dire que les Autheurs qui prennent ce parti ſe trompent en négligeant la différence des temps, ou en préten-

dant meſurer les Forces par les produits des maſſes par les eſpaces, ou enfin dans le Mouvement compoſé en prenant une partie des vîteſſes pour les vîteſſes totales.

J'achevois de répondre à la derniere Preuve de M. Bernoulli lorſque j'appris que M. de Mairan avoit traité des Forces Vives dans ſa ſçavante Diſſertation imprimée en 1728. dans les Memoires de l'Academie Royale. Le mérite & la réputation de cet illuſtre Academicien, joint au déſir que j'avois de profiter de ſes lumieres, me porterent à m'addreſſer directement à lui. Il me reçut avec ſa politeſſe ordinaire, & loin d'être piqué que j'euſſe écrit ſur un ſujet qu'il avoit ſi bien diſcuté, comme il arrive à quelques Sçavans hériſſés & jaloux, qui s'imaginent qu'on leur fait tort quand on écrit après eux, il m'exhorta lui-même à continuer mon travail. Mais ſa modeſtie ne lui permettoit pas de voir que ſa Diſſertation dont il me faiſoit part, alloit bientôt me faire tomber la plume des mains. En

effet à la premiere lecture que j'en fis j'y trouvai des preuves si solides & si convaincantes contre le sentiment des Forces Vives, que je crus qu'il étoit inutile de revenir sur une question qui avoit été si clairement résolue. Ce ne fut même qu'en faveur des personnes qui n'ont point les Memoires de l'Academie que je laissai subsister dans ma Méchanique générale ce que j'avois déja écrit. Je serois toujours resté dans le même sentiment si les Institutions de Physique n'avoient été mises au jour. L'érudition & le sçavoir qui paroît dans cet Ouvrage méritent bien qu'on marque le cas qu'on en fait en répondant à ce qui s'y trouve d'opposé à notre façon de penser. Ce n'est pas que j'aye dessein d'examiner tout ce qui y est rapporté en faveur des Forces Vives, la plûpart des preuves étant les mêmes que celles de M. de Leibnits & Bernoulli que j'ai refutées ci-dessus, je ne pourrois les discuter de nouveau sans tomber dans des redites dont je m'assure que tout Lecteur raisonna-

ble voudra bien me dispenser. Mais il n'en est pas de même à l'égard d'un article des Institutions de Physique, où la Dissertation de M. de Mairan est attaquée, & si je ne dois pas avoir la témerité de croire que je puisse donner quelque degré de clarté aux Ecrits de ce célebre Géometre, du moins je dois aimer assez la vérité pour faire voir à mes Lecteurs qu'on tâchera toujours vainement de l'obscurcir dans un Ouvrage où elle a été mise dans tout son jour.

M. de Leibnits, Inventeur des Forces Vives, semble n'avoir appuyé son sentiment que sur la premiere preuve que nous avons refutée ci-
Fig. 1. dessus. Que deux corps *A*, *B* commençant à tomber des points, *A* & *B*, parcourent l'un l'espace *AC* dans deux secondes, & l'autre l'espace *BD* dans une seconde; les espaces *AC*, *BD* seront entr'eux comme les quarrés 4. 1 des temps 2, 1, & les vîtesses acquises à la fin de ces espaces ne seront que comme les temps mêmes, ou comme 2. 1; cependant si

si l'on conçoit que ces corps étant parvenus en *C* & *D* soient repoussés en haut avec leur vîtesse acquise, le corps *A* remontera en *A* dans un temps égal à celui qu'il a employé à descendre de *A* en *C*, & le corps *B* remontera en *B* dans un temps égal à celui qu'il a employé à parvenir de *B* en *D*. Tout le monde convient de ceci ; or, disoit M. de Leibnits, les espaces que deux Forces font parcourir à deux corps, sont la mesure la plus naturelle qu'on puisse assigner à leurs quantités, & ces espaces sont ici comme les quarrés des vîtesses acquises à la fin des temps ; donc les Forces qui font remonter les corps *A*, *B* sont comme les quarrés de leurs vîtesses. Mais ces Forces sont des Forces Vives, car elles sont acquises par un Mouvement actuel, & dans des temps finis & déterminés ; donc les Forces Vives sont entr'elles comme les quarrés des vîtesses, en supposant les masses égales comme nous faisons ici, ou comme les produits des masses par les quarrés des

vîteſſes ſi les maſſes ſont inégales.

Si cette preuve de M. de Leibnits pouvoit reſter ſans replique, elle ſuffiroit pour donner gain de cauſe aux Partiſans des Forces Vives ; mais au contraire ſi on parvient à démontrer ſa fauſſeté, toutes les autres qu'on nous objecte doivent néceſſairement tomber d'elles-mêmes, non-ſeulement par le rapport qui ſe trouve entre les expériences ſur leſquelles on les fonde, & celle que nous venons de rapporter, mais encore parce qu'on ne pourroit nous dire pourquoi ces Forces ſe trouveroient ici en défaut, tandis qu'on voudroit les faire ſubſiſter dans tous les autres cas. C'eſt donc à ce point principal d'où dépend la déciſion du différent que M. de Mairan s'eſt attaché avec le plus de ſoin. D'abord il nous fait voir que les eſpaces que deux différentes Forces font parcourir à des corps égaux ne ſçauroient être la meſure des quantités de ces Forces que dans la ſuppoſition de l'égalité des temps ; or il eſt viſible que les temps ſont ici diffé-

rens, puiſqu'ils ſont comme 2, 1; donc les eſpaces *AC*, *BD* ne ſont pas la meſure des Forces qui font remonter les corps en *A* & *B*. Cette réponſe a toute la ſolidité qu'on peut demander; en fait de Mouvement ſi l'on n'a égard à tout ce qui eſt renfermé dans ſon idée, je veux dire, à la maſſe, à l'eſpace, & au temps, on ſe mettra toujours en danger de tomber dans l'erreur; & dans les cas particuliers où l'on ne ſe ſera point trompé, il arrivera par hazard que les choſes qu'on aura négligées ſeront égales, ce qui vérifiera la concluſion qu'on aura tirée, ſans juſtifier le raiſonnement. Et qu'on ne diſe point qu'il y a une diſtinction à faire entre les Forces uniformes & les Forces retardées; je ſçais que celles-ci rencontrent à chaque pas des obſtacles qui les affoibliſſant peu à peu les font enfin perir, & qu'au contraire celles-là ne rencontrant point d'obſtacles, conſervent toujours une entiere vigueur; mais ces obſtacles ne changent point la valeur intrinſeque des

Forces. Il ſera toujours vrai de dire qu'une Force comme deux, eſt une Force comme deux, ſoit qu'elle ſoit détruite par une cauſe étrangere; ou qu'elle ne le ſoit pas. Ce qui aura été détruit ne ſera jamais que deux; de même qu'en ôtant la cauſe qui détruit, on ne retrouvera que deux.

Il paroît donc que M. de Mairan auroit pu s'en tenir à la réponſe que nous venons de rapporter; mais comme on ſe ſeroit peut-être imaginé qu'en négligeant la différence des temps, il devoit du moins admettre que les Forces agiſſantes ſont dans la raiſon des quarrés de leurs vîteſſes; il pouſſe la choſe plus loin, & recherchant la véritable cauſe des effets qui ont occaſionné la queſtion, il nous fait voir que malgré la diverſité des temps les Forces agiſſantes ne ſont que comme leurs vîteſſes, & non pas comme leurs quarrés. *Ce ne ſont point*, dit-il, *les eſpaces parcourus par le Mobile dans le Mouvement retardé qui donnent l'eſtimation & la meſure de la Force Motrice, mais les eſpaces non parcourus, &c.*

qui l'auroient dû être par un Mouvement uniforme dans chaque instant. Ces espaces non parcourus sont en raison des simples vîtesses, & partant les espaces qui repondent à une Force Motrice retardée, ou décroissante en tant qu'elle se consume dans son action, sont toujours proportionnels à cette Force, & à la vîtesse du Mobile, tant dans les Mouvemens retardés, que dans le Mouvement uniforme. Cette assertion qui paroît un espece de paradoxe, comme M. de Mairan l'avouë lui-même, se trouve démontrée dans toute la rigueur Géometrique dans sa Dissertation, & l'on peut dire que c'est ici le plus rude coup que les Forces Vives ayent jamais essuyé. L'Autheur des Institutions de Physique a l'esprit trop pénétrant pour ne l'avoir pas senti. Quoique l'Ouvrage de M. de Mairan contienne grand nombre d'autres preuves, qui toutes tendent à la destruction des Forces Vives, il ne s'est attaché qu'à celle-ci, convaincu, peut-être, que si l'on pouvoit une fois la réduire au néant, toutes les autres seroient faciles à dis-

ſiper. A ſon avis, M. de Mairan n'a rien oublié de tout ce qu'on peut dire en faveur d'une mauvaiſe cauſe ; mais ſon raiſonnement eſt toujours vicieux dans le fonds, & plus il eſt ſéduiſant, plus il ſe croit obligé de faire ſentir aux Lecteurs que la doctrine des Forces Vives n'en peut ſouffrir aucune atteinte. Je rapporterai bientôt & la Démonſtration de M. de Mairan, & les raiſons que lui oppoſe l'Autheur des Inſtitutions de Phyſique. Mais auparavant je ſuis bien aiſe de rappeller ce qui regarde la nature & les proprietés des Mouvemens accélerés & retardés, & d'en tirer quelques conſéquences qui mettront le Lecteur en état de juger plus facilement du parti que l'on doit prendre dans cette queſtion.

Fig. 11. Soit le corps *A* qui commence à tomber du point *A*, & qui ſe meut pendant un temps repréſenté par la ligne *AF* que je ſuppoſe diviſé en quatre petits temps égaux, finis & déterminés *AC*, *CD*, *DE*, *EF* ; ſuppoſons auſſi que l'eſpace parcou-

ru pendant le premier temps *AC* soit représenté par le triangle *A C H*. Il est sûr que si à la fin du temps *AC* la Pesanteur cessoit d'agir sur le corps *A*, & que ce corps ne se mût que par la vîtesse acquise à la fin de ce temps, l'espace *C H M D* qu'il parcourroit pendant le second temps *C D* seroit double de l'espace *A C H* parcouru pendant le premier temps; personne ne disconvient de ceci, & en effet il est clair qu'une vîtesse acquise & uniforme doit faire parcourir un espace double de celui qui a été parcouru avec une vîtesse qui s'est augmentée par des accroissemens insensibles & égaux en supposant l'égalité des temps de part & d'autre. Or tandis que la vîtesse acquise à la fin du temps *A C* feroit parcourir au corps *A* l'espace *C H D M* pendant le temps *C D*, la Pesanteur de son côté si elle agissoit toute seule lui feroit parcourir dans le même temps *C D* l'espace *H M N* égal à l'espace *A C H* qu'elle auroit fait parcourir dans le premier instant; car la Pesan-

teur agiſſant toujours de la même maniere ſur le corps, les accroiſſemens de vîteſſe qu'elle donne dans des temps égaux ſont égaux; laiſſant donc agir la vîteſſe acquiſe à la fin du temps *AC*, & la Peſanteur, l'eſpace parcouru pendant le temps *CD* ſera *CHND*, & cet eſpace ſera composé de deux parties, dont l'une *CHMD* ſeroit parcourue avec une vîteſſe uniforme ſi elle agiſſoit ſeule, & l'autre *HNM* ſera parcourue avec une vîteſſe accélerée. Il eſt aiſé de voir que ſi la vîteſſe acquiſe pendant le temps *CD* agiſſoit ſeule ſur le corps pendant le temps *DE*, l'eſpace parcouru *MNZX* ſeroit double de *HNM*, & que laiſſant agir cette vîteſſe conjointement avec la Peſanteur & avec la vîteſſe acquiſe à la fin du temps *AC*, l'eſpace parcouru *DNOE* ſera composé de trois parties, dont les deux *DMXE*, *MNZX* ſeroient parcourues avec des vîteſſes uniformes & égales ſi elles agiſſoient ſeules, & la troiſiéme *NOZ* ſera parcourue avec une vîteſſe accélerée;

rée ; & continuant le même raisonnement on trouvera que les espaces parcourus, à l'exception du premier, sont tous parcourus par un Mouvement dont une partie seroit uniforme, & l'autre accélerée ; c'est-à-dire, le Mouvement du premier espace seroit accéléré ; celui du second auroit une partie uniforme, & l'autre accélerée ; celui du troisiéme en auroit deux uniformes, & l'autre accélerée ; & ainsi de suite.

Et il faut observer que quoique je dise que chacun des espaces est parcouru avec des vîtesses, dont les unes seroient uniformes si elles agissoient seules, & dont la derniere est accélerée ; je ne veux pas dire pour cela qu'une partie de ces espaces soit parcourue uniformément, & l'autre d'une maniere accélerée, car les vîtesses uniformes & accélerées agissant ensemble ne forment qu'une seule vîtesse accélerée dans chaque espace.

Puisque la vîtesse acquise à la fin du temps *AC* feroit parcourir l'espace *CHMD* dans le temps *CD*, que

celle-ci jointe à la vîtesse que la Pesanteur auroit ajoutée à la fin du tems *CD*, c'est-à-dire, toute la vîtesse acquise à la fin des deux temps *AC*, *CD* feroit parcourir pendant le temps *DE* l'espace *DNZE*, & ainsi de suite; il s'ensuit que les vîtesses acquises à la fin des temps *AC*, *AD*, *AE*, *AF* sont comme les espaces *CHDM*, *DNZE*, *EOKF*, *FPIL*; mais ces espaces ayant les hauteurs égales, sont comme leurs dimensions inégales *CH*, *DN*, *EO*, *FP*, & à cause des triangles semblables *ACH*, *ADN*, &c. ces dimensions *CH*, *DN*, &c. sont comme les temps *AC*, *AD*, &c. donc les vîtesses acquises à la fin des temps *AC*, *AD*, &c. sont comme les temps. Mais à cause des mêmes triangles semblables les espaces *ACH*, *ADN* parcourus à la fin des temps *AC*, *AD*, &c. sont comme les quarrés de ces temps; donc les espaces parcourus à la fin des temps *AC*, *AD*, &c. sont comme les quarrés des temps, tandis que les vîtesses ne sont que comme les temps.

Les Forces acquises à la fin des temps AC, AD, &c. sont comme les vîtesses acquises à la fin de ces mêmes temps; car les vîtesses acquises sont comme les espaces *CHDM*, *DNZE*, *EOKF*, &c. qu'elles feroient parcourir dans des temps égaux *CD*, *DE*, *EF*, &c. & les espaces parcourus dans des temps égaux sont la mesure la plus naturelle des quantités des Forces qui font parcourir ces espaces, ce que les Partisans des Forces Vives ne peuvent nier, puisqu'ils l'admettent même lorsque les temps ne sont pas égaux; donc les Forces acquises à la fin des temps *AC*, *AD*, &c. sont comme les vîtesses acquises à la fin de ces mêmes temps.

De ce que nous venons de prouver, il suit nécessairement qu'il n'y a point de différence entre les vîtesses acquises & les Forces acquises à la fin des mêmes temps; or les Partisans des Forces Vives conviennent que les vîtesses acquises sont comme les temps *AC*, *AD*; donc ils doivent convenir aussi que les Forces acquises sont

comme les temps; mais les Forces acquises à la fin des temps *AC*, *AD*, &c. sont des Forces agissantes, puisqu'elles sont acquises par un Mouvement actuel & après un temps déterminé; donc les Forces agissantes sont comme les temps, ou comme les vîtesses, & non pas comme les quarrés.

Je vois bien qu'on me dira que les Forces dont je parle, sont des Forces uniformes, au lieu que M. de Leibnits parloit de Forces retardées; mais je redirai aussi que les Forces uniformes, & les retardées n'ont rien en elles-mêmes qui puisse les distinguer, & que toute la différence qu'on y trouve ne venant que des obstacles que les unes rencontrent, tandis que les autres n'en rencontrent point, tout ce qu'il en arrive c'est que celles-ci se trouvent affoiblies peu à peu, & perissent même totalement, tandis que celles-là sont toujours dans la même vigueur. Pour s'en convaincre pleinement on n'a qu'à supposer que deux corps d'égale masse soient

poussés avec des vîtesses égales, mais que l'un rencontre sur sa route d'autres corps qui par leur choc détruisent peu à peu son Mouvement, & que l'autre n'en rencontre point, celui qui aura été choqué se trouvera en repos, tandis que l'autre continuera à se mouvoir, & parcourra par conséquent un espace plus grand ; dira-t'on pour cela que ces deux corps n'ont pas été poussés avec des Forces égales? C'est ce que je ne crois pas qu'aucun Géometre ou Physicien ose jamais avancer, & ce qui me fait croire aussi qu'on ne soutiendra jamais qu'une Force qu'on transforme d'uniforme en retardée, ou de retardée en uniforme puisse être différente d'elle-même ; mais allons plus avant.

Supposons qu'un autre corps *B* commençant à tomber du point *B* se meuve pendant les temps *Bc*, *cd* égaux chacun à chacun aux temps *AC*, *CD*, l'espace *Bch* parcouru par le corps *B* pendant le temps *Bc* sera égal à l'espace *ACH* parcouru par le Fig. 11.

corps A pendant le temps $AC=Bc$; & l'eſpace Bdn que B parcourra pendant le temps Bd ſera égal à l'eſpace que A parcourra pendant le temps AD; & comme les vîteſſes ou les Forces acquiſes par le corps B à la fin des temps Bc, Bd ſeront entr'elles comme les droites ch, dn égales chacune à chacune aux droites CH, DN à cauſe de la ſimilitude des triangles Bch, ACH, Bdn, ADN, & des hauteurs égales Bc, AC, Bd, AD; il s'enſuit que la vîteſſe ou Force acquiſe du corps B à la fin du temps Bd ſera à la vîteſſe ou Force acquiſe du corps A à la fin du temps AF, comme dn eſt à FP, ou comme 2 à 4, ou comme 1 à 2. Maintenant ſuppoſons que les deux corps A, B ayant parcouru les eſpaces AFP, Bdn à la fin des temps AF, Bd ſoient repouſſés en enhaut avec leurs vîteſſes acquiſes à la fin de ces temps; il eſt clair que ſi la Peſanteur ceſſoit d'agir ſur ces corps, le corps A parcourroit l'eſpace $ARPF$ double de l'eſpace APF dans un temps égal à celui qu'il a

employé à parcourir *APF*; car sa vîtesse ou Force acquise à la fin du temps *AF* lui feroit parcourir pendant le temps *EF* l'espace *FPQE* qui est le quart du rectangle *FPRA*; & comme cette vîtesse seroit uniforme, puisque nous supposons qu'elle ne trouveroit point d'obstacles, il s'ensuit qu'elle feroit parcourir au corps *A* le rectangle *FPRA* quadruple du rectangle *FPQE* dans le temps *FA* quadruple de *FE*. Par la même raison le corps *B* parcoureroit l'espace *dnuB* double de l'espace *Bdn* dans un temps égal à celui qu'il a employé à parcourir *Bdn*, & ces deux espaces *FPRN*, *dnuB* seroient entr'eux comme 4 à 1 à cause que les bases *FP*, *du*, & les hauteurs *AF*, *Bd* sont entr'elles comme 2 à 1. Ainsi les espaces parcourus seroient en raison doublée des vîtesses acquises, ou des vîtesses qui obligeroient les corps *A*, *B* à remonter.

Que si nous laissons agir la Pesanteur sur les deux corps *A*, *B* pendant qu'ils remonteront, il arrivera que

pendant le temps *E F* la Peſanteur empêchera le corps *A* de parcourir l'eſpace *O Q P*, car la Peſanteur agiſſant uniformément ſur le corps, ſoit qu'il deſcende ou qu'il monte, elle doit l'empêcher en montant pendant un temps, de parcourir un eſpace *O P Q* égal à l'eſpace *O K P* qu'elle lui feroit parcourir dans le même temps s'il deſcendoit. Ainſi la vîteſſe qu'elle fera perdre au corps en montant pendant le temps *E F* étant égale à celle qu'elle lui auroit fait acquerir en deſcendant pendant le même temps, laquelle vîteſſe acquiſe lui feroit parcourir dans un temps ſemblable un eſpace ſemblable & égal à l'eſpace *KOQP*; il ne doit plus reſter au corps *A* à la fin de ce temps qu'une vîteſſe, laquelle ne lui feroit parcourir pendant le temps *E D* que l'eſpace *E O T D* ſi elle ne rencontroit point d'obſtacles; mais comme la Peſanteur s'oppoſe toujours à ſon paſſage, le corps *A* perdra pendant ce temps la partie de cette vîteſſe qui lui auroit fait parcourir un eſpace ſembla-

ble & égal à $ZOTN$, & continuant ce même raiſonnement on trouvera que les vîteſſes perdues pendant les temps FE, ED, DC, CA ſont repréſentées par les eſpaces $KPOQ$, $ZOTN$, $MNYH$, $CHAG$, leſquels pris enſemble ſont égaux à l'eſpace $FPQE$ que le corps auroit parcouru dans le premier temps EF, & qui repréſente la vîteſſe acquiſe avec laquelle le corps remontoit. Par la même raiſon le corps B en remontant aura perdu des vîteſſes repréſentées par les eſpaces $mnyh$, $cbgB$, qui pris enſemble ſont égaux à l'eſpace $dnyc$ qui repréſente la vîteſſe acquiſe avec laquelle il remontoit. Or les eſpaces réellement parcourus par les corps A, B en remontant étant les triangles AFP, Bdn qui ſont moitié des rectangles $AFPR$, $Bdnu$ qu'ils auroient parcourus s'ils n'avoient point trouvés de réſiſtance ; il eſt évident que ces eſpaces ſont encore entr'eux comme les quarrés des vîteſſes qui font remonter les corps, d'où il ſemble d'abord qu'il faut faire

une diſtinction entre les vîteſſes & les Forces des corps, à cauſe que les vîteſſes étant comme 2 à 1, les eſpaces que l'on confond mal à propos avec les Forces dans le cas préſent ſont comme 4 à 1.

Pour lever cette difficulté on répond d'abord que les eſpaces ne ſont ici comme 4 à 1 que parce que la premiere Force agit dans un temps double de celui qui eſt employé par la ſeconde Force ; & en effet ſi on ne laiſſe agir la Force uniforme du corps *A* que pendant le temps *FD* égal au temps *dB* de la Force uniforme du corps *B*, on trouvera aiſément que le corps *A* parcourra un eſpace qui ne ſera à l'eſpace parcouru par *B* que comme 2 à 1, ou comme la vîteſſe acquiſe de *A* à la vîteſſe acquiſe de *B* ; mais comme on pourroit prétendre que la diverſité des temps en augmentant l'eſpace parcouru par *A* augmente auſſi la Force des corps, nous allons montrer que cette Force eſt la même, ſoit qu'elle agiſſe pendant les deux temps *FE*, *ED*, ou qu'elle

agiſſe pendant les quatre *FE*, *ED*, *DC*, *CA*.

Les effets étant toujours proportionnels à leurs cauſes on ne peut mieux juger de la quantité d'une Force qui ſe détruit en agiſſant que par les obſtacles qui cauſent ſa deſtruction. Or les obſtacles qui détruiſent la Force de *A* ſont les impreſſions de la Peſanteur, leſquelles font perir au premier inſtant *FE* la vîteſſe qui feroit parcourir un eſpace égal à *KPQO*; au ſecond la vîteſſe qui feroit parcourir un eſpace égal à *ZOTN*; au troiſiéme celle qui feroit parcourir un eſpace égal à *MNYH*; & au quatriéme celle qui feroit parcourir un eſpace égal à *CHGA*; donc ces impreſſions ou obſtacles ſont comme les eſpaces *KPQO*, *ZOTN*, *MNYH*, *CHGA*. Par la même raiſon les obſtacles qui font perir & conſumer la Force de *B* ſont comme *mnyh*, *chgB*. Mais les quatre eſpaces *KPQO*, *ZOTN*, *MNYH*, *CHGA* ſont aux eſpaces *mnyh*, *chgB* comme 4 à 2, ou comme 2 à 1; donc les obſ-

tacles qui détruiſent les Forces de A & de B ſont comme 2 à 1, & par conſéquent les Forces ſont comme 2 à 1, ou comme leurs vîteſſes.

On voit par là que la ſeule conſideration des Mouvemens accélerés & retardés nous découvre, 1°. que la vîteſſe d'un corps multipliée par la maſſe n'eſt point différente de ſa Force, ſoit que le Mouvement ſoit uniforme, ou qu'il ſoit accéleré, ou retardé; 2°. que la Force n'augmente point par la plus grande durée du Mouvement; 3°. enfin que M. de Mairan a eu raiſon de dire que ce ſont les eſpaces non parcourus, & qui l'auroient dû être par un Mouvement uniforme, qui donnent l'eſtimation & la meſure de la Force Motrice dans le Mouvement retardé; les eſpaces non parcourus par le corps A, c'eſt-à-dire, les eſpaces que la Peſanteur a empêché de parcourir, ſont au premier inſtant l'eſpace PQO, au ſecond l'eſpace OTN, au troiſiéme l'eſpace NYH, & au quatriéme l'eſpace HGA; de même les eſpaces

non parcourus par le corps *B* ſont au premier inſtant l'eſpace *n y h*, & au ſecond l'eſpace *h g B*, mais ces eſpaces non parcourus de part & d'autre étant comme 4 à 2, ſont en même raiſon que les obſtacles qui ont détruit les Forces; donc puiſque les Forces ſont comme les obſtacles qui les détruiſent, elles ſont auſſi comme les eſpaces non parcourus. Mais il eſt temps de faire voir comment M. de Mairan démontre lui-même la propoſition que nous avons rapportée ci-deſſus; c'eſt à la page 29. de la premiere édition de ſa Diſſertation, ou à la page 67. de la ſeconde édition qu'il s'explique ainſi *.

Concevons deux mobiles égaux A & B qui remontent ſur les lignes A D de quatre toiſes, B D de deux toiſes; l'un, ſçavoir A avec deux degrés de viteſſe, & l'autre B avec un degré. Si rien ne s'oppoſoit à la Fig. 8.

* La premiere édition eſt *in-quarto*, & ſe trouve à la tête des Memoires de l'Academie de l'année 1728. & la ſeconde qui vient de ſe faire eſt *in-douze*, & ſe vend à Paris chez Jombert, Libraire, ruë S. Jacques.

Force Motrice du corps B, c'est-à-dire, si le Mouvement étoit uniforme, B parcourroit au premier temps les deux toises B d sans rien perdre de cette Force ni du degré de vîtesse dont elle résulte. Mais parce que par hypothese les impulsions contraires de la Pesanteur qui lui sont continuellement appliquées pendant ce temps achevent de consumer sa Force & sa vîtesse, & l'arrêtent enfin lorsqu'il est parvenu à la fin b de la premiere toise, le mobile B ne parcourra qu'une toise dans son Mouvement retardé; & je dis de même du mobile A, il auroit parcouru dans le premier instant les quatre toises A D, mais les impulsions contraires de la Pesanteur l'ont fait, pour ainsi dire, reculer d'une toise D C pendant ce temps; de sorte qu'il n'en a parcouru réellement que trois, & ces impulsions contraires ont consumé ou détruit en lui un degré de Force & un degré de vîtesse, comme ils ont fait dans le corps B pendant un temps semblable. Mais parce que le corps A avoit deux degrés de Force & deux degrés de vîtesse, il lui en reste encore 1, & il se trouve par là en C, & à la fin du premier temps dans le cas où se trouvoit le corps B au com-

mencement de ce premier temps. Il a donc tout ce qu'il faut pour parcourir encore deux toises C E en un second temps semblable au premier si aucune impulsion contraire ne s'y oppose. Mais les impulsions contraires de la Pesanteur vont s'y opposer de la même façon qu'elles se sont opposées au Mouvement du corps B ; donc le corps A ne parcourra pendant ce second temps que la toise CD, ayant, pour ainsi dire, reculé de l'autre toise ED en vertu du retardement, ou des impulsions contraires à sa Force Motrice, après quoi il s'arrêtera en D, comme le corps B en b ; de sorte qu'il n'aura parcouru en tout dans les deux temps de son Mouvement que quatre toises. Ce sont ces espaces b d, C D dans le premier instant, & DE dans le second, & ainsi de suite que j'appelle non parcourus. *Ils sont non parcourus relativement à la Force Motrice des corps A, B, & à leur direction donnée de B vers d, & de A vers E, à laquelle seule on fait attention ; quoiqu'en un sens ils soient très-réellement parcourus en valeur, en direction contraire, & par l'effet d'une autre Force Motrice opposée à la premiere, qui s'y mêle, & qui la modifie continuellement, comme feroit le*

Mouvement contraire d'un plan sur lequel le mobile seroit porté.

Et à la page 33. de la premiere édition, & 75. de la seconde, M. de Mairan continuë ainsi : *Les espaces non parcourus à chaque instant représentent la Force perduë & consumée à cet instant, ou ce qui revient au même, l'effort de la puissance contraire qui la détruit, ou qui la consume en s'exerçant contre elle ; mais la somme de toutes les Forces perduës, ou de tous les efforts contraires est égale à la Force totale du mobile. Donc, &c.*

Les espaces Bb, AC parcourus par le mobile dans le premier instant sont l'effet de la Force constante & conservée, & non de la Force retardée ou perduë ; ainsi ils ne doivent point mesurer la perte qui s'en est faite dans le temps employé à les parcourir. Cette perte, dis-je, s'est faite en les parcourant, & non à les parcourir : elle doit être repanduë sur ces espaces, & sur le temps employé à les parcourir ; mais elle n'a d'effet réel, & n'apporte du changement à la Force Motrice totale, & ne la fait decroître que proportionnellement à l'espace non parcouru, ou à la valeur de l'espace non parcouru

parcouru repanduë ou retranchée continuellement sur les portions correspondantes d'espace parcouru. L'espace parcouru n'exprime que la repetition de la Force totale ou de la partie qui en est conservée ; espace qui seroit infini si elle étoit toujours conservée, quelque finie qu'elle pût être. C'est donc l'espace non parcouru, Bd, CD, DE qui mesure sa partie perduë ou consumée, celle-là même qui fait le complement de la totale, avec celle qui s'est conservée à chaque instant, & qui se seroit conservée de même si le Mouvement eût été uniforme, & s'il eût fait parcourir au mobile l'espace qu'il ne parcourt pas faute d'uniformité.

Il est clair que les espaces bd, CD, DE qui ne sont que l'unité repetée à chaque instant & à chaque degré de vîtesse perdu, sont égaux en nombre aux instans & aux degrés de vîtesse, & par conséquent que leur somme est égale ou proportionnelle à la simple vîtesse initiale du Mouvement retardé *; mais leur somme est égale à la Force du mobile (ce qui a été demontré ci-dessus) ; donc la Force est proportionnelle à la simple vîtesse, soit qu'on la considere dans un instant particulier de*

son action, soit qu'on la considere dans la somme des instans de sa durée, & de son action totale.

Après une Demonstration aussi nette & Géometrique que celle-ci, on avoit lieu d'esperer que les Partisans de l'opinion contraire se rendroient enfin à une vérité qui leur étoit si clairement expliquée. Mais les noms de Messieurs de Leibnits & Bernoulli sont si célebres qu'il semble qu'on ait tort d'opposer des Demonstrations à leur autorité. Voici de quelle maniere l'Autheur des Institutions de Physique attaque ce qui vient d'être rapporté. *Pour sentir*, dit-il, page 780. *le vice de ce raisonnement, il suffit de considerer l'action de la Pesanteur comme une suite infinie de ressorts égaux qui communiquent leurs Forces en descendant, & que le corps referme en remontant, car alors on verra que les pertes d'un corps qui remonte sont comme le nombre des ressorts; c'est-à-dire comme les espaces parcourus, & non pas comme les espaces non parcourus.*

La comparaison que l'on fait des impressions de la Pesanteur avec les

impressions d'une suite de ressorts égaux à quelque chose de brillant qui éblouït d'abord ; mais quand on examine la chose de près on y trouve un défaut de parité si sensible qu'il paroît surprenant que M. Bernoulli ait pu s'y laisser prendre le premier. Lorsqu'un corps se meut en conséquence des impressions toujours égales de la Pesanteur, les espaces parcourus d'une impression à l'autre vont en augmentant dans la raison des nombres impairs 1. 3. 5. 7. &c. & les temps sont égaux ; d'où il suit que si l'on divise en espaces égaux l'espace total qu'un corps doit parcourir pendant un temps déterminé, les impressions de la Pesanteur d'un espace à l'autre iront en diminuant, & les temps employés à parcourir ces espaces égaux diminueront aussi à mesure qu'ils s'éloigneront de l'origine du Mouvement ; cela est incontestable dans le Systême de Galilée que les Deffenseurs des Forces Vives reçoivent de même que nous. Si l'on veut donc établir une comparaison

juste entre les impressions de la Pesanteur & les impressions d'une suite de ressorts égaux, il faut ou qu'on dise que les espaces parcourus en conséquence des impressions successives des ressorts sont comme les nombres 1. 3. 5. 7. &c. & que les temps employés à les parcourir sont égaux, ou qu'on veüille au contraire que ces espaces soient tous égaux, & que les temps aillent en diminuant de même que les impressions. Mais on ne peut vouloir que les espaces parcourus d'une impression à l'autre augmentent dans la progression des nombres impairs, car M. Bernoulli a demontré lui-même, comme on a vu ci-dessus, que les espaces parcourus par la
Fig. 4. boule *P* en conséquence des impressions des trois ressorts *B N*, sont aux espaces parcourus par la boule *L* en conséquence des impressions des 12 ressorts *A M*, comme 3 à 12, c'est-à-dire, comme les nombres des ressorts ou des impressions faites sur *P*, est au nombre des ressorts ou des impressions faites sur *L*; & cela ne

sçauroit être si ces espaces alloient en augmentant, puisqu'en ce cas les espaces parcourus par *P* seroient aux espaces parcourus par *L*, comme 9 à 144, c'est-à-dire, comme les quarrés des nombres 3 & 12 des impressions, à cause que dans toute progression des nombres impairs 1. 3. 5. 7. &c. la somme de la progression est toujours égale au quarré du nombre qui marque la multitude des termes, & que les nombres qui marquent ici les multitudes des espaces parcourus par *P* & par *L*, sont les nombres 3 & 12 des impressions ou des ressorts. Donc il faut nécessairement qu'on dise que les espaces parcourus d'une impression à l'autre sont des espaces égaux entr'eux, & que les temps employés à les parcourir vont en diminuant, de même que les impressions; mais si les impressions diminuent, il est visible que leur somme, c'est-à-dire les Forces que les corps reçoivent, sont moindres que la somme des Forces égales des ressorts; donc on a tort de soute-

nir que les Forces des corps mûs par des resſorts ſoient comme ces resſorts, ni que ces corps en refermant les resſorts faſſent des pertes qui leur ſoient proportionnelles, puiſque les impresſions contraires qui ſeroient la cauſe de ces pertes ne ſeroient pas dans la même proportion.

Quel ſera donc le rapport des impresſions des resſorts ? Le voici. De même que dans le Mouvement des corps qui tombent, les impresſions de la Peſanteur ſont égales & les temps auſſi lorſque les eſpaces parcourus d'une impresſion à l'autre ſont comme les nombres 1. 3. 5. 7. &c. de même auſſi dans le Mouvement des corps pouſſés par une ſuite infinie de resſorts, les impresſions ſeront égales & les temps auſſi quand les eſpaces parcourus ſeront dans la même progresſion. Mais dans le Mouvement des corps qui tombent les ſommes des impresſions ſont comme les ſommes des temps égaux à la fin d'un temps total, ou comme la vîteſſe acquiſe à la fin de ce temps, ou enfin

comme la racine de l'eſpace total parcouru ; donc dans le Mouvement des corps preſſés par des reſſorts les ſommes des impreſſions à la fin d'un temps total ſont auſſi comme la vîteſſe acquiſe à la fin de ce temps, ou comme la racine de l'eſpace total.

Et il faut obſerver en paſſant que la ſomme des impreſſions n'étant que comme la racine de l'eſpace total, & les reſſorts étant au contraire comme cet eſpace, ou comme la ſomme des eſpaces égaux qui le compoſent, & dont chacun eſt égal à la place qu'occupe le debandement d'un reſſort ; il s'enſuit néceſſairement que s'il a fallu pour une premiere impreſſion l'eſpace du debandement d'un reſſort, il faudra pour une ſeconde impreſſion égale à la premiere, l'eſpace du debandement de trois reſſorts, pour une troiſiéme, l'eſpace du debandement de cinq, & ainſi de ſuite dans la progreſſion des nombres impairs.

Après avoir montré que les pertes d'un corps qui remonte ne ſont pas

comme la somme des ressorts, mais simplement comme la racine de cette somme, il faut encore montrer que ces pertes sont comme les espaces non parcourus, & non pas comme les espaces parcourus, ainsi que l'Autheur des Institutions de Physique le prétend.

Fig. 11. Supposons donc que les corps *A*, *B* étant parvenus en *F* & en *d* remontent avec leurs vîtesses acquises, les ressorts qu'ils seront obligés de surmonter en des temps égaux seront les mêmes qui leur auront donnés leurs Forces en descendant; donc le corps *A* qui dans l'instant *FE* parcourroit l'espace *F P Q E* s'il ne trouvoit point de ressort, sera obligé de perdre l'espace *P Q O* égal à l'espace *O K P* que les ressorts qu'il rencontre lui auront fait parcourir en descendant, & comme ces ressorts en lui donnant l'espace *O K P* lorsqu'il descendoit lui auront donné une vîtesse capable de parcourir l'espace *KPQO* dans un instant, de même en remontant la Force de ces mêmes ressorts

en

en lui ôtant l'eſpace *P Q O* lui ôtera une vîteſſe qui lui feroit parcourir un eſpace égal à *KPQO* dans un inſtant ; ainſi le corps *A* ne pourroit plus parcourir dans l'inſtant *E D* que l'eſpace *EOTD* s'il ne ſe trouvoit point d'obſtacles, mais comme il rencontre encore des reſſorts qu'il faut ſurmonter, il perd l'eſpace *O T N* & une vîteſſe capable de faire parcourir un eſpace double de *O T N* dans un inſtant, & continuant à raiſonner de la même maniere on trouvera que dans les deux autres inſtans le corps *A* aura perdu deux eſpaces *N Y H*, *A G H* égaux aux deux eſpaces précédens, & deux vîteſſes égales aux précédentes. De même le corps *B* aura perdu en remontant deux eſpaces *nhy*, *hgB*, & deux vîteſſes ſemblables & égales à celles que le corps *A* aura perdu. Or ces eſpaces ou ces vîteſſes perdues conſument totalement les deux Forces, & ce ſont les eſpaces perdus qui en periſſant ont fait face aux reſſorts, & les ont fait perir ; donc les Forces perdues ſont comme les eſpaces per-

dus ou non parcourus, & non pas comme les eſpaces parcourus, puiſqu'il eſt évident que ceux-ci ne ſont pas comme les eſpaces non parcourus. Il ſemble que l'Autheur des Inſtitutions de Phyſique auroit dû voir que la Démonſtration de M. de Mairan avoit refuté ce qu'il avance ici, avec toute la clarté qu'on pouvoit deſirer.

Pour mieux faire voir que ce n'eſt pas par les eſpaces plus grands qu'une Force retardée parcourt dans un temps plus grand qu'il faut juger qu'elle eſt plus grande qu'une autre, M. de Mairan s'exprime ainſi dans un autre endroit de ſa Diſſertation, page 24. de la premiere édition, & 57. de la ſeconde : *comme il ne s'enſuit pas de ce que le Mouvement uniforme d'un corps fini qui a une viteſſe finie ne ceſſe jamais ou dure toujours, que la Force Motrice actuelle qui la produit ſoit infinie, il ne s'enſuit pas non plus à la rigueur que la Force Motrice de ce même corps dans le Mouvement retardé en ſoit plus grande de ce qu'elle doit durer davantage. Elle n'eſt*

réellement plus grande que parce qu'elle fait parcourir de plus grands espaces en des temps égaux, ou plûtôt ces espaces ne sont plus grands en des temps égaux que parce que la Force est plus grande en vertu d'une plus grande vîtesse; & dans ce cas elle doit durer davantage ou perir plus tard, non pas à la rigueur, parce qu'elle est plus grande, car la seule raison de la masse pourroit la rendre telle, mais parce qu'en des temps égaux elle fait parcourir de plus grands espaces. C'est par là accidentellement qu'elle dure davantage ou perit plus tard. La plus longue durée sera si l'on veut, une indication d'une plus grande vîtesse, mais non pas un second principe de valeur qui doive multiplier la valeur qu'indique déja la vîtesse ou les espaces parcourus appliqués au temps. Ce seroit faire un espece de double emploi très-vicieux, mesurer une Force par ses effets, & par les effets de ses effets, & toute leur suite repandue successivement sur différens espaces.

Tout ceci est évident & se demontre de lui-même, mais les Forces Vives ne s'en accommodent point; il faut donc absolument prendre le par-

ti d'y trouver à redire, & de le critiquer. *On voit aisement*, dit l'Autheur des Institutions de Physique*, *que dans le Mouvement uniforme supposé éternel, il n'y a nulle destruction de Force ; au lieu que lorsque la Force Motrice pendant un temps double a derangé des obstacles quadruples, il y a eu une depense réelle de Force, laquelle n'a pu se faire sans un fonds de Force quadruple ; & qu'ainsi ces deux cas ne peuvent se comparer.* S'il pouvoit se faire que la Force Motrice pendant un temps double derangeât des obstacles quadruples, nous ne sçaurions disconvenir qu'il ne fallût un fonds de Force quadruple pour produire un pareil effet ; mais si au contraire les obstacles derangés dans des temps doubles ne sont jamais que doubles de même que les espaces parcourus dans le Mouvement uniforme en différens temps sont toujours proportionnels à ces temps, je ne vois pas pourquoi nous ne pourrions comparer les obstacles qui sont derangés par la Force retardée, avec les espaces que la Force uniforme fait par-

* *pag.* 433.

courir. Or M. de Mairan a demontré que les espaces non parcourus dans des temps doubles sont comme ces temps, & il est visible que ces espaces sont dans la même raison que les obstacles qui les ont empêchés d'être parcourus ; donc il faut ou que l'Autheur des Institutions de Physique nous fasse voir le vice de sa Démonstration, ou qu'il convienne lui-même du peu de solidité de son raisonnement.

Plus on a poussé les Partisans des Forces Vives par la justesse & la solidité des raisonnemens, plus aussi ont-ils appellé les expériences à leur secours. Les uns, à l'imitation de M. Bernoulli, ne nous parlent que de la Force des ressorts, & les autres au contraire ne nous entretiennent que des proprietés des corps mous. Nous avons déja refuté les preuves que M. Bernoulli prétend tirer des expériences des chocs des corps élastiques ; il ne me reste donc plus qu'à répondre à ce qu'on nous objecte touchant les corps mous, & c'est ce que nous

allons faire en peu de mots.

Fig. 9. Si l'on prend de l'argile *EFGH* dont la consistance soit assez forte pour soutenir un corps qu'on poseroit sur la surface *EF*, & qu'après avoir élevé ce corps à différentes hauteurs *AB*, *CB*, &c. on le laisse tomber à chaque fois, on trouvera toujours que les enfoncemens du corps dans l'argile seront proportionnels aux hauteurs dont il sera tombé; c'est-à-dire, si les hauteurs *AB*, *CB* sont comme 1 à 2, les enfoncemens du corps dans l'argile seront dans la même raison; or ces enfoncemens étant causés par la seule vîtesse acquise par le corps lorsqu'il est parvenu sur la surface *EF*, & la Pesanteur n'y contribuant rien, puisqu'on suppose que cette surface peut en arrêter l'action. Les Partisans des Forces Vives raisonnent ainsi : les enfoncemens sont les effets des Forces du corps, mais les effets sont toujours proportionnels à leurs causes; donc ces enfoncemens sont entr'eux comme les Forces acquises du corps lorsqu'il est parve-

nu en *B*; mais par l'expérience les enfoncemens sont comme les hauteurs *AB*, *CB*, & les hauteurs sont comme les quarrés des vîtesses acquises; donc les Forces sont aussi comme les quarrés des vîtesses acquises. A ce raisonnement spécieux, M. de Mairan répond que les enfoncemens du corps ne pouvant se faire sans deplacer à chaque instant des nouvelles parties de l'argile, le Mouvement du corps est retardé de la même façon que s'il remontoit au point d'où il est tombé; & que de même qu'il parcourroit en remontant des espaces plus grands, & pendant plus de temps à mesure qu'il seroit tombé de plus haut, & pendant un plus long temps; de même aussi il s'enfonce plus avant dans l'argile & pendant un temps plus long, lorsque la hauteur dont il est tombé se trouve plus grande. Mais comme ce sçavant Géometre, dans la vûë d'éclairer davantage l'esprit, n'a pas jugé à propos de s'en tenir à la seule raison tirée de la différence des temps, lorsqu'il s'est agi du Mouve-

ment retardé d'un corps qui remonte, & que la conformité qui se trouve entre le Mouvement retardé du corps qui s'enfonce dans l'argile, & du corps qui remonte l'engageoient à se servir des mêmes preuves, voici de quelle maniere il applique ce qu'il a dit au sujet des corps qui remontent, non-seulement aux corps qui s'enfoncent dans des corps mous, mais encore à tous les effets du Mouvement & du choc des corps à ressorts, page 30. de la premiere édition, & 71. de la seconde.

Ce que je dis des espaces non parcourus n'a pas moins lieu à l'égard de tous les autres effets du Mouvement & du choc par rapport aux espaces non parcourus, & nous dirons de même, que ce ne sont pas les parties de matiere deplacées, ni les ressorts bandés ou applatis qui donnent l'estimation & la mesure de la Force Motrice, mais les parties de matiere non deplacées, les ressorts non bandés & non applatis, & qui l'auroient été si la Force Motrice se fût toujours soutenue, & n'eût point souffert de diminution, &c.

Pour en donner un exemple soient des impulsions, des obstacles, ou des résistances quelconques infiniment repetées & placées sur le chemin A E du Mobile A; telles par exemple que les particules de matiere 1. 2. 3. 4. 5. *&c. ou des lames de ressort à deplacer, à abbatre, à soulever, ou à bander. Il est évident que si le Mobile avec un degré de vîtesse & de Force peut en soulever deux en un instant par un Mouvement uniforme, c'est-à-dire, en conservant ou en reprenant toujours toute sa Force & toute sa vîtesse après avoir soulevé la premiere, & qu'au contraire il n'en puisse soulever qu'une par un Mouvement retardé, toute sa Force & toute sa vîtesse s'étant consumée à soulever ou à bander la premiere, il est, dis-je, évident que le Mobile A ayant deux degrés de Force & autant de vîtesse souleveroit ou banderoit quatre de ces lames de ressort dans un instant par un Mouvement uniforme. Mais il perd dans cet instant & en bandant les premiers ressorts un degré de sa Force & de sa vîtesse; & un degré de Force & de vîtesse perdue donne par hypothese une lame de moins soulevée, ou bandée; donc il n'en bandera que trois* Fig. 10.

au premier instant ; sçavoir , 1. 2. 3. & il s'en faudra la lame 4 & l'espace C D qu'il ne fasse ce qu'il auroit fait s'il n'eût rien perdu. Cependant comme il lui reste encore un degré de Force & de vîtesse qui lui feroient soulever deux lames 4 , 5 , & parcourir le chemin CDE en un second instant, si son Mouvement demeuroit uniforme , il doit continuer de se mouvoir & d'agir contre les résistances qui s'opposent à son Mouvement ; mais au lieu de deux il n'en doit surmonter qu'une lame 4D , à cause que son Mouvement y est retardé , & que sa Force se trouve totalement éteinte. Ce qui sera en tout quatre portions de matiere deplacées , ou 4 ressorts bandés en vertu de deux degrés de Force résultante de deux degrés de vîtesse , & de l'action totale qui a duré deux instans. J'appellerai donc portions de matiere non deplacées , ressorts non soulevés , non bandés , *& en général* obstacles non surmontés , *tous ceux qui ne l'ont point été faute d'uniformité & de perseverance dans la Force du Mobile ; sçavoir , 4D dans le premier instant, 5E dans le second , &c. quoiqu'ils puissent être censés surmontés par la Force contrai-*

re dont les impressions redoublées peuvent enfin arrêter entierement le Mobile.

C'est ici où l'Autheur des Institutions de Physique paroît triompher par la façon dont il attaque ce raisonnement. *Dans les obstacles surmontés*, dit-il page 430. *Comme les deplacemens de matiere ; les resforts fermés, &c. on ne peut réduire même par voye d'hypothese ou de supposition le Mouvement retardé en uniforme, comme M. de Mairan l'avance dans son Memoire, & quelque estime que j'aye pour ce Philosophe, je ne crains point d'avancer qu'il dit ici une chose impossible ; car il est aussi impossible qu'un corps avec la Force nécessaire pour fermer 4 ressors en ferme 6, (quelque supposition que l'on fasse) qu'il est impossible que 2 & 2 fassent 6. Si l'on suppose avec M. de Mairan que le corps n'auroit consumé aucune partie de sa Force pour fermer 4 ressorts dans la premiere seconde d'un Mouvement uniforme ; je dis que les 4 ressorts ne seroient point fermés, ou qu'ils le seroient par quelqu'autre agent ; que si on suppose au contraire qu'ayant épuisé une partie de sa Force à former les trois premiers ressorts dans la*

premiere ſeconde, & n'ayant plus que la Force capable de lui faire fermer un reſſort dans la deuxiéme ſeconde, le corps reprendroit une partie de ſa Force pour en fermer deux dans la deuxiéme ſeconde par un Mouvement uniforme (car il faut faire l'une ou l'autre de ces ſuppoſitions); on ſuppoſe dans le dernier cas que le corps a renouvellé ſa Force, ce qui ſort entierement de la queſtion. Ainſi il n'eſt point vrai que la Force totale d'un corps ſoit repréſentée par ce qu'elle eût fait ſi elle ne ſe fût point conſumée, car elle ne pouvoit jamais faire un effet plus grand que celui qui l'a détruite, & elle ne contenoit en puiſſance que ce qu'elle a deployé dans l'effet produit.

Il n'y a qu'à lire l'endroit de la Diſſertation de M. de Mairan que j'ai rapporté pour voir qu'on n'attaque qu'un vain phantôme bien éloigné de la réalité. De quelque matiere que l'on traite il eſt toujours permis de faire telle ſuppoſition que l'on voudra, poſſible, ou impoſſible, pourvu que les conſéquences que l'on en tire ſe trouvent renfermées dans les bornes de la poſſibilité. Que

M. de Mairan ſuppoſe qu'un corps qui ſe meut d'un Mouvement uniforme, & qui rencontre des obſtacles ſur ſes pas reprenne toute ſa Force à chaque obſtacle qu'il renverſe, on ne ſçauroit le trouver mauvais ſans être de mauvaiſe humeur ; chaque obſtacle dans cette ſuppoſition ſera renverſé par la partie que le corps perdra de ſa Force, & le Mouvement de ce corps ſera cependant uniforme en vertu de la reproduction de la partie perdue qui ſe fera dans l'inſtant ; ce ſeroit uniquement vouloir le chicanner que de dire que ces obſtacles ou reſſorts ne ſeroient point fermés, ou qu'ils le ſeroient par quelqu'autre agent. Mais ſi après cette ſuppoſition M. de Mairan concluoit qu'un corps qui conſume toute ſa Force à détruire quatre obſtacles pourroit ne la conſumer qu'après en avoir détruit ſix ou huit, dès-lors le vice du raiſonnement ſeroit manifeſte, & quelqu'eſtime que l'on ait pour ce Philoſophe, on ne craindroit point d'avancer que ſon ſentiment

ſeroit faux. Or M. de Mairan eſt trop éclairé pour donner dans des parallogiſmes de cette nature. Un corps qui conſume ſa Force à fermer quatre reſſorts, n'en fermera jamais ſix en agiſſant ſelon les mêmes loix; cela eſt indubitable, & le contraire eſt auſſi impoſſible qu'il eſt impoſſible que 2 & 2 faſſent ſix. Mais il eſt ſûr auſſi que ſi ce corps pouvoit reprendre toute ſa Force à chaque reſſort qu'il ferme, il pourroit en fermer huit dans un temps égal à celui qu'il a employé à en fermer quatre lorſque ſa Force ſe conſûmoit, & c'eſt uniquement ce que M. de Mairan a prétendu, & ce qu'il a pu prétendre conformément à la Doctrine de Galilée. Or c'eſt de ce raiſonnement que l'on ne ſçauroit éluder que ce ſçavant Géometre tire la ſolution de la Diſpute. Le corps *B* avec 1 de Force & 1 de vîteſſe uniforme pourroit dans une ſeconde fermer deux reſſorts 1, 2, s'il pouvoit reprendre ſa Force après avoir renverſé le premier, mais avec 1 de Force & 1 de vîteſſe retardée il

ne ferme qu'un reſſort dans une ſeconde. De même le corps *A* égal à *B* ayant deux de Force & deux de vîteſſe uniforme pourroit fermer 4 reſſorts dans une ſeconde, s'il pouvoit reprendre toute ſa Force à meſure qu'il ferme chaque reſſort, mais avec deux de Force & deux de vîteſſe retardée il ne ferme dans une ſeconde que 3 reſſorts, & il perd un degré de vîteſſe; il eſt évident qu'à la fin de la premiere ſeconde le corps *A* ſe trouvant dans le cas où étoit le corps *B* au commencement de la premiere ſeconde, pourroit fermer deux reſſorts dans la deuxiéme ſeconde ſi la vîteſſe 1 & la Force 1 qui lui reſte à la fin de la premiere pouvoit ſe conſerver ſans rien perdre, & qu'au contraire ſa Force s'affoibliſſant il ne fermera qu'un reſſort dans la deuxiéme ſeconde. Or puiſque le corps *A* en conſervant toute ſa Force comme il a été dit, auroit fermé ſix reſſorts dans deux ſecondes, c'eſt-à-dire, quatre dans la premiere ſeconde ſi ſa vîteſſe 2 s'étoit conſervée, & deux à la

deuxiéme seconde si sa vîtesse 1 eût été uniforme, & que le Mouvement retardé par les pertes qu'il fait ne lui permet de fermer dans ces deux mêmes secondes que 4 ressorts, il s'ensuit qu'il a perdu une quantité de Force qui lui auroit fait fermer encore deux ressorts ; par la même raison on trouvera que le Mouvement retardé du corps *B* lui à fait perdre une quantité de Force, avec laquelle il auroit fermé encore un ressort dans la premiere seconde. Mais les pertes que les deux corps ont faites sont la cause de leur destruction, & les causes sont proportionnelles aux effets ; donc les pertes 2 & 1 sont comme les Forces des corps *A*, *B*, & par conséquent les Forces des corps *A*, *B* sont comme les ressorts non fermés, & qui l'auroient été si les corps avoient pû conserver dans chaque seconde la vîtesse qu'ils avoient au commencement de cette seconde.

Il faut observer ici que M. de Mairan ne dit point que le corps *A* à la fin de la premiere seconde, n'ait plus qu'une

qu'une Force uniforme capable de lui faire fermer un reſſort dans la deuxiéme ſeconde, mais que ce corps ayant encore 1 degré de vîteſſe & 1 de Force, pourroit dans la deuxiéme ſeconde fermer deux reſſorts ſi ſon Mouvement ne ſe retardoit point; ce qui eſt bien différent de ce que l'Autheur des Inſtitutions de Phyſique ſemble vouloir lui faire dire pour avoir droit d'en conclure qu'il ſort de la queſtion.

Il faut encore obſerver que quoique les obſtacles que le corps *A* ſurmonte ſoient tous égaux entr'eux, cependant les Forces qu'ils deployent contre ce corps ne ſont pas égales. Car les eſpaces *A*1, 12, 23, &c. ſur leſquels on doit concevoir que les obſtacles 1. 2. 3. &c. ſont repandus, étant tous égaux entr'eux, le corps *A* employe plus de temps à parcourir le ſecond qu'à parcourir le premier, à cauſe que ſa Force diminuant, ſa vîteſſe diminue. Ainſi l'obſtacle 1 ſéjourne moins de temps ſur le corps *A* que l'obſtacle 2, & par

conſéquent il lui ôte une moindre vîteſſe. Par la même raiſon l'obſtacle 2 ôte au corps *A* une vîteſſe moins grande que celle que le troiſiéme lui ôte, & ainſi des autres. Or comme nous ſuppoſons que les trois premiers reſſorts ou obſtacles détruiſent un degré de Force & de vîteſſe, & que le quatriéme détruit un autre degré de Force & de vîteſſe, il s'enſuit que les réſiſtances des trois premiers obſtacles priſes enſemble ſont égales à la réſiſtance du quatriéme; & ceci va me ſervir à répondre à une objection qu'on pourroit me faire ſur ce que j'ai dit ci-deſſus touchant les corps qui remontent avec leur vîteſſe acquiſe à la fin de leur chûte.

Fig. 13. Suppoſé, me dira-t-on, que le corps *A* remonte de *D* vers *A* avec la vîteſſe acquiſe par ſa chûte à la fin de deux ſecondes *AC*, *CD*, ce corps parcourroit dans une ſeconde un eſpace *DEMC* quadruple de l'eſpace *A C H*, ſi la Peſanteur n'agiſſoit plus ſur lui. Mais comme la Peſanteur s'oppoſe à ſon paſſage, il ne parcour-

ra dans la premiere ſeconde en remontant qu'un eſpace *D E HC* triple de l'eſpace *CHA* qu'il parcourra pendant la deuxiéme ſeconde ; or vous avez dit, ajoutera-t-on, que ce corps ne rencontrera qu'un obſtacle dans la premiere ſeconde, non plus que dans la deuxiéme ; donc ou il faut que M. de Mairan ne mette qu'un obſtacle dans la premiere ſeconde, ou que vous en mettiez trois au lieu d'un.

Je répons à cela que lorſque j'ai dit que le corps *A* ne rencontroit qu'un obſtacle à chaque temps de ſon Mouvement, j'ai entendu l'obſtacle total qui répondoit à l'eſpace total parcouru à la fin de chaque temps ; car il eſt ſûr que ces obſtacles totaux font des réſiſtances qui ſe trouvent égales à la fin des temps égaux, c'eſt-à-dire, qui détruiſent des degrés égaux de vîteſſes. Mais cela n'empêche pas qu'on ne puiſſe dire qu'il y a trois obſtacles qui répondent aux trois eſpaces égaux qui compoſent l'eſpace total *D E HC* parcouru en remontant dans la pre-

miere ſeconde, car la Peſanteur agiſſant toujours ſur le corps pendant qu'il tend à parcourir les quatre eſpaces compris dans *DEMC*, & trouvant plus de vîteſſe au corps *A* pendant le premier eſpace, elle fait moins d'impreſſion ſur lui qu'elle n'en fait pendant le ſecond, où la vîteſſe eſt diminuée, & par la même raiſon elle en fait moins pendant le ſecond qu'elle n'en fait pendant le troiſiéme; ainſi ces différentes impreſſions peuvent être regardées comme différens obſtacles égaux en eux-mêmes, mais qui réſiſtent plus ou moins, à proportion de la durée de leur réſiſtance, ou du ſéjour qu'ils font ſur le corps, lequel employe plus de temps à parcourir un eſpace à meſure que ſa vîteſſe diminue par la réſiſtance que l'obſtacle précédent lui à fait; mais ces trois obſtacles enſemble n'ôtant à la fin de l'eſpace *DEHC* qu'un degré de vîteſſe, de même que l'obſtacle du ſecond inſtant *CA* n'en ôte qu'un, la réſiſtance des trois premiers obſtacles eſt

égale à la résistance du quatriéme.

On voit ici le parfait rapport qui se trouve entre le Mouvement retardé par la Pesanteur, & le Mouvement retardé par des obstacles surmontés, comme les deplacemens de matiere dans les enfoncemens, les ressorts fermés dans le choc des corps élastiques, &c. Dans le Mouvement retardé par la Pesanteur, les résistances de cette Pesanteur vont en augmentant dans les espaces égaux que le corps parcourt, quoique la Pesanteur soit toujours la même, & cependant ces résistances dans des temps égaux font perdre des vîtesses égales. De plus, ces vîtesses perduës à la fin du Mouvement sont la mesure des Forces, & non pas les espaces parcourus; tout cela a été demontré par M. de Mairan, de façon qu'il n'est pas possible de refuter son raisonnement: on l'a vu ci-dessus. Or dans les enfoncemens de matiere, ou dans le choc des corps élastiques les obstacles qu'il faut deplacer, ou les ressorts qu'il faut fermer dans des espa-

ces égaux sont égaux entr'eux, de même que la Pesanteur est égale à elle-même; car nous supposons que dans les enfoncemens les couches de matiere qu'il faut deplacer sont homogenes, & que dans le choc des corps élastiques les ressorts à fermer sont égaux; donc puisque la Pesanteur dans des espaces égaux fait des résistances d'autant plus grandes que les espaces s'éloignent davantage du premier espace, & que cependant ces résistances dans des temps égaux ne font perdre au corps que des vîtesses égales; il s'ensuit que les couches égales de matiere qu'il faut deplacer dans les enfoncemens, & les ressorts égaux qu'il faut fermer dans le choc des corps durs doivent faire des résistances, & retrancher des vîtesses proportionnelles aux résistances de la Pesanteur, & aux vîtesses qu'elle retranche dans des temps égaux, car les causes étant proportionnelles, les effets doivent l'être aussi; & par conséquent il s'ensuit que puisque la quantité des Forces

éteintes par la Peſanteur doit s'eſtimer par les vîteſſes éteintes, ou par les eſpaces non parcourus, leſquels ſont entr'eux comme les vîteſſes acquiſes, & non pas comme les quarrés des vîteſſes, la quantité des Forces éteintes par les deplacemens de matiere, ou par des reſſorts, doit s'eſtimer auſſi par les vîteſſes éteintes, ou par les couches de matiere non deplacées, ou les reſſorts non fermés, & qui l'auroient été ſi le corps avoit pu conſerver toute ſa Force.

On ne peut mieux montrer juſqu'où va la prévention des Partiſans des Forces Vives qu'en faiſant voir l'erreur où M. Wolf eſt tombé. Ce Géometre célebre par ſes ſçavans Ecrits demontre dans ſa Méchanique que dans le choc de deux corps à reſſorts, ſoit que l'un ſoit en repos, ou que tous les deux ſe meuvent dans un même ſens, ou dans un ſens contraire, les quarrés des vîteſſes après le choc multipliés par les maſſes ſont égaux aux quarrés des vîteſſes avant

le choc multipliés par les masses. Cette proposition est vraye, quelque supposition que l'on fasse, pourvu que l'on ne veüille point avoir égard aux directions contraires des vîtesses, c'est-à-dire, pourvu qu'on ne veüille point retrancher le Mouvement qui va d'un sens, de celui qui va d'un sens opposé, comme font les Cartesiens. Les Formules Algebriques nous en assûrent, & ces Formules ne sçauroient nous tromper. Mais que conclure de là ? *C'est*, dit M. Wolf, *qu'il y a toujours une même quantité de Forces Vives avant & après le choc.* Or c'est ici où est l'erreur. Il est certain qu'il y a toujours une même quantité de Mouvement avant & après le choc en ne prenant pour Mouvement que celui qui est dans la direction du corps qui avoit le plus de Force avant le choc, & en retranchant de ce Mouvement celui qui s'y trouveroit opposé après le choc. Les Deffenseurs des Forces Vives en conviennent avec ceux qui sont du parti contraire. Mais qu'il y ait une même quantité

quantité de Forces agiſſantes en négligeant les différentes directions, cela ne ſçauroit être, parce que dans ce ſens il arrive toujours que la quantité de Mouvement après le choc ſe trouve plus grande que la quantité de Mouvement avant le choc. Comme la plûpart des expériences qu'on rapporte en faveur des Forces Vives ſuppoſent que le corps choqué ſoit en repos avant le choc; tout ce que nous allons dire roulera ſur cette ſuppoſition.

Soient donc les corps *A*, *B*, dont le premier *A* ſe meut ſelon la direction *A B* ſur un plan extrêmement poli, & le ſecond *B* eſt en repos ſur ce plan. Je nomme *M* la maſſe du corps *A*, *V* ſa vîteſſe, & *m* la maſſe du corps *B*. Tout le monde convient que ſi ces deux corps ne ſont pas élaſtiques ils ſe mouvront tous les deux après le choc dans la même direction avec une vîteſſe commune exprimée par $\frac{MV}{M+m}$; multipliant donc cette vîteſſe d'une part par la *Fig. 14.*

masse de A, & de l'autre par la masse de B, la quantité de Mouvement de A après le choc sera $\frac{MMV}{M+m}$, & celle de B sera $\frac{mMV}{M+m}$; c'est pourquoi ajoutant ces deux quantités ensemble, la somme sera $\frac{MMV}{M+m}+\frac{mMV}{M+m}=MV$; or la quantité de Mouvement avant le choc étoit aussi MV; donc il se trouve après le choc une quantité de Mouvement égale à la quantité de Mouvement avant le choc.

Supposons maintenant que les deux corps soient élastiques, on convient encore que la vîtesse de A après le choc sera $\frac{MV-mV}{M+m}$, & celle de B $\frac{2MV}{M+m}$; d'où l'on voit que si M est plus grand que m, le corps A après le choc suivra sa premiere direction, & ira moins vîte que B, & que si M est moindre que m, le corps A rebroussera chemin, à cause que sa vîtesse $\frac{MV-mV}{M+m}$ sera négative. Multi-

pliant donc ces deux vîteſſes par leur maſſes, la quantité de Mouvement de B après le choc ſera $\frac{2mMV}{M+m}$, & celle de A ſera $\frac{MMV-mMV}{M+m}$, ſi ſa direction eſt la même que celle de B, & $\frac{mMV-MMV}{M+m}$ ſi ſa direction eſt oppoſée à la direction de B. C'eſt pourquoi ajoutant enſemble ces deux quantités lorſqu'elles ont la même direction, ou retranchant la quantité de Mouvement de A de celle de B lorſque les directions ſont contraires, la ſomme ou le reſte ſera pour l'un & l'autre cas $\frac{2mMV-mMV+MMV}{M+m}=MV$. Or MV eſt la quantité de Mouvement de A avant le choc; donc il y a encore ici même quantité de Mouvement avant & après le choc; & cela arrivera toujours toutes les fois qu'on ne prendra pour quantité de Mouvement après le choc que celle qui eſt ſelon la direction du corps A, & qu'on en retranchera celle qui pourroit lui être oppoſée. L ij

Pour fixer notre imagination dans ces deux cas ſuppoſons d'abord $M=3$, $V=2$, & $m=2$, la vîteſſe de A après le choc ſera $\frac{MV-mV}{M+m} = \frac{6-4}{5} = \frac{2}{5}$, & celle de B ſera $\frac{2MV}{M+m} = \frac{12}{5}$; multipliant donc ces vîteſſes par leur maſſes, la quantité de Mouvement de A après le choc ſera $\frac{6}{5}$, & celle de B ſera $\frac{24}{5}$; ainſi ajoutant ces deux quantités enſemble à cauſe qu'elles ſont dans la même direction, leur ſomme ſera $\frac{30}{5}$; or la quantité de Mouvement avant le choc eſt $3 \times 2 = 6 = \frac{30}{5}$; donc cette quantité eſt égale à la quantité de Mouvement après le choc.

Pour le ſecond cas ſuppoſons $M=2$, $V=2$, & $m=3$, la vîteſſe de A après le choc étant négative ſera $\frac{mV-MV}{M+m} = \frac{2}{5}$; c'eſt-à-dire, A rebrouſſera chemin avec $\frac{2}{5}$ de vîteſſe, & celle de B ſera $\frac{2MV}{M+m} = \frac{8}{5}$; multipliant donc ces vîteſſes par leur maſſes la

quantité de Mouvement de *A* après le choc ſelon la direction contraire ſera $\frac{4}{5}$, & celle de *B* ſelon la direction primitive ſera $\frac{24}{5}$. Ainſi retranchant la quantité de Mouvement de *A* de la quantité de Mouvement de *B*, la quantité de Mouvement qui reſtera ſelon la direction primitive ſera $\frac{24}{5} - \frac{4}{5} = \frac{20}{5} = 4$. Or la quantité de Mouvement de *A* avant le choc eſt $2 \times 2 = 4$; donc cette quantité eſt égale à celle qui ſe trouve après le choc.

Les Deffenſeurs des Forces Vives nous accordent aiſément tout ceci dans le ſens que je viens d'expliquer, mais comme dans le ſecond cas le corps *A* ne laiſſe pas que d'avoir un vrai Mouvement, quoique ſa direction ſoit dans un ſens oppoſé à celle du corps *B*, & que dans ce ſens il y a une plus grande quantité de Mouvement après le choc qu'avant le choc, ce qui ne peut provenir que d'une augmentation de Force qui ſe fait dans l'inſtant du choc, ils prétendent qu'au lieu de dire que les Forces

agiſſantes ſont ici proportionnelles aux quantités de Mouvement comme on l'a toujours crû, il faut dire au contraire qu'elles ſont entr'elles comme les quarrés des vîteſſes multipliés par les maſſes, tandis que les quantités de Mouvement ne ſont que comme les maſſes multipliées par les vîteſſes, & cela par la raiſon que dans tous les cas il ſe trouve toujours que les quarrés des vîteſſes après le choc multipliés par les maſſes ſont égaux aux quarrés des vîteſſes avant le choc multipliés par les maſſes. Mais ce raiſonnement ne conclut rien, & c'eſt ce que nous allons faire voir.

Dans le Mouvement uniforme les Forces des corps en Mouvement ſont entr'elles comme les maſſes multipliées par les vîteſſes, ou par les eſpaces parcourus dans des temps égaux ; *le temps eſt à conſiderer*, dit l'Autheur des Inſtitutions de Phyſique*, *dans les occaſions dans leſquelles pendant un plus long temps il peut y avoir un plus grand effet produit comme dans le Mouvement uniforme, car alors l'eſpace total*

* page 415.

parcouru qui est le seul effet produit sera plus ou moins grand, selon que le Mouvement du corps sera continué plus ou moins de temps. Or ce principe posé, voici comme je raisonne.

Le corps *A* avant le choc se meut d'un Mouvement uniforme, puisque nous supposons qu'il est sur un plan bien poli exempt de frottement, & que nous faisons abstraction de la résistance de l'air. Donc la Force du corps *A* avant le choc est comme le produit de sa masse par sa vitesse. De même les corps *A*, *B* après le choc se meuvent d'un Mouvement uniforme, car nous ne voyons rien après le choc qui augmente ou diminue les vîtesses que le choc leur a données; donc les Forces de ces corps sont aussi comme les produits de leur masses par leur vîtesses, & par conséquent il n'est point vrai de dire, comme M. Wolf le prétend, que les Forces des corps à ressort avant ou après le choc soient comme les quarrés des vîtesses multipliés par les masses, quoiqu'il soit vrai que les produits des quarrés

des vîteſſes par les maſſes ſoient égaux avant & après le choc.

Mais d'où vient cette multiplication de Forces dans les corps à reſſort lorſqu'après le choc ils ſuivent des directions contraires ? Elle vient uniquement de leur élaſticité qui les rend capables d'être comprimés & de ſe retablir, & non pas de quelque différence qui ſe trouve dans les Forces Motrices lorſqu'elles mettent en Mouvement des corps qui ſont élaſtiques ou qui ne le ſont pas. Suppoſons le corps $A = M = 2$, ſa vîteſſe $V = 2$, & $B = m = 3$, ſi ces deux corps ne ſont pas élaſtiques leur vîteſſe commune après le choc ſera $\frac{MV}{M+m} = \frac{4}{5}$; donc la quantité de Mouvement de A après le choc ſera $\frac{8}{5}$, & celle de B $\frac{12}{5}$, & ajoutant enſemble ces deux quantités la ſomme ſera $\frac{20}{5} = 4$, & par conſéquent cette ſomme ſera égale à la quantité de Mouvement $2 \times 2 = 4$ du corps A avant le choc.

Maintenant ſuppoſons que ces

corps deviennent élastiques, & que $A=2$ avec la vîtesse 2 choque $B=3$ qui est en repos. La Force de A avant le choc sera encore 4 puisque son Mouvement est uniforme ; ainsi si nous ne faisons attention qu'au Mouvement communiqué par la Force Motrice les deux corps A, B après le choc iroient selon la même direction avec une vîtesse commune égale à $\frac{4}{5}$, mais comme l'élasticité de ces corps leur donne la Force de se comprimer mutuellement & de se redresser, Force qui ne vient point de la Force Motrice, & qui en est même tout-à-fait indépendante, il arrive, comme tout le monde en convient, que cette Force de ressort agit avec la vîtesse primitive 2 qu'elle distribue aux deux corps reciproquement à leur masses, c'est-à-dire, que si on partage la vîtesse 2 ou $\frac{10}{5}$ en deux parties $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{5}$ qui soient entr'elles comme les masses 2, 3, le corps B reçoit la partie $\frac{4}{5}$, laquelle jointe à $\frac{4}{5}$ que le Mouvement de A lui communique indépendamment du ressort fait $\frac{8}{5}$ de

vîtesse pour le corps *B*, & le corps *A* reçoit $\frac{6}{5}$, mais dans une direction contraire, à cause que c'est en conséquence de la reaction du corps *B* qu'il reçoit cette vîtesse. Or indépendamment du ressort le corps *A* après le choc à $\frac{4}{5}$ de vîtesse selon la direction primitive; donc les $\frac{6}{5}$ qu'il reçoit de la Force du ressort selon la direction contraire détruisent ces $\frac{4}{5}$, & il lui reste $\frac{2}{5}$ de vîtesse selon la direction contraire; c'est pourquoi multipliant les masses par les vîtesses la quantité de Mouvement de *A* après le choc sera $2 \times \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$, & celle de *B* sera $3 \times \frac{8}{5} = \frac{24}{5}$; donc si l'on n'a pas égard à la différence des directions la somme des quantités de Mouvement après le choc sera $\frac{28}{5}$, & par conséquent cette somme sera plus grande que la quantité de Mouvement $4 = \frac{20}{5}$ du corps *A* avant le choc; & cette augmentation de quantité de Mouvement ou de Force ne viendra pas de la Force Motrice qui n'est que comme 4, mais uniquement de la reaction des ressorts.

Il eſt vrai que ſi l'on fait le quarré $\frac{64}{25}$ de la vîteſſe $\frac{8}{5}$ de *B* après le choc, & qu'on le multiplie par la maſſe 3, ce qui donne $\frac{192}{25}$, & qu'après avoir multiplié le quarré $\frac{4}{25}$ de la vîteſſe $\frac{2}{5}$ de *A* près le choc par la maſſe 2, ce qui donne $\frac{8}{25}$, on ajoute $\frac{192}{25}$ à $\frac{8}{25}$, la ſomme ſera $\frac{200}{25} = 8$, & par conſéquent ſera égale au quarré 4 de la vîteſſe de *A* multiplié par ſa maſſe 2; mais cela ne fait rien en faveur des Forces Vives, puiſque nous avons fait voir que les Forces agiſſantes de *A* & *B* ne ſont pas comme les quarrés des vîteſſes multipliés par les maſſes, mais ſimplement comme les maſſes multipliées par les vîteſſes.

M. Herman ayant fait une expérience dans laquelle la maſſe du corps élaſtique choquant *A* étoit $=1$, ſa vîteſſe 2, & la maſſe du corps élaſtique *B* qui étoit en repos avant le choc étoit $=3$, il s'eſt trouvé néceſſairement que la vîteſſe de l'un & l'autre corps *A*, *B* après le choc a été $=1$, il eſt facile de le juſtifier en appliquant à ce cas les formules que

nous avons rapportées. Or comme le quarré de 1 n'eſt pas différent de 1, il eſt arrivé encore que la Force de *A* après le choc a dû être 1, & celle de *B* a dû être 3, ſoit qu'on veuille que ces Forces ſoient entr'elles comme les vîteſſes multipliées par les maſſes, ou qu'elles ſoient comme les maſſes multipliées par les quarrés des vîteſſes; l'Autheur des *Inſtitutions de Phyſique* remarque page 435. que ceci eſt vrai, *de l'aveu même de ceux qui refuſent d'admettre les Forces Vives*, & nous n'aurions garde de le deſavouer. Mais que s'enſuit-il de ceci. Le calcul & l'expérience nous diſent que le corps *A* & le corps *B* ont chacun 1. de vîteſſe, mais ni l'un ni l'autre ne nous dit ſi pour meſurer les Forces agiſſantes, cet 1 doit être regardé ſimplement comme 1, ou s'il faut le prendre comme 1 élevé au quarré, & par conſéquent cette ſeule expérience ne peut pas plus autoriſer les Partiſans des Forces Vives à ſoutenir que les Forces agiſſantes des corps *A*, *B* après le choc ſont comme les maſſes multi-

pliées par les quarrés des vîtesses, qu'elle ne nous donneroit droit de dire que ces Forces sont comme les produits des vîtesses par les masses, si nous n'avions pas d'autres preuves à apporter de cette vérité.

Supposons en effet qu'un Géometre peu éclairé s'appuyant sur cet exemple osât avancer que quoique les Forces après le choc soient comme les masses multipliées par les vîtesses, ou comme les quantités de Mouvement, il arrive cependant que la somme de ces Forces est égale au quarré de la vîtesse de *A* avant le choc multiplié par sa masse par la raison qu'il se trouve dans cet exemple que la somme 1 + 3 = 4 des Forces après le choc est égale au quarré 4 de vîtesse 2 de *A* avant le choc multiplié par sa masse 1; il est certain qu'un hypothese si chimerique seroit bientôt renversée, & qu'il suffiroit pour cela de faire voir à son Autheur que ce n'est ici qu'un cas particulier qui se trouveroit contredit par tous les autres cas ou l'on changeroit la vîtesse

ou le rapport des maſſes. Suppoſons, par exemple, $A=2$, $V=2$, & $B=3$, dès-lors la Force de A aprés le choc ſeroit $\frac{4}{5}$, & celle de $B=\frac{24}{5}$, comme on a vu ci-deſſus, & par conſéquent leur ſomme $\frac{28}{5}$ ne ſeroit pas égale au quarré 4 de la vîteſſe de A multiplié par ſa maſſe 2, ce qui feroit $8=\frac{40}{5}$, & il en ſeroit de même d'une infinité d'autres ſuppoſitions.

Je conviens que les Partiſans des Forces Vives peuvent répondre que dans le cas de M. Herman, comme dans tous les autres, les quarrés des vîteſſes après le choc multipliés par les maſſes ſont égaux à la maſſe de A multipliée par le quarré de la vîteſſe primitive; mais de quoi cette réponſe peut-elle leur ſervir? Le principe ſur lequel ils ſe fondent eſt certain & inconteſtable, c'eſt une proprieté eſſentielle au choc des corps à reſſorts que les quarrés des vîteſſes après le choc multipliés par les maſſes ſont égaux au quarré de la vîteſſe primitive du corps choquant multiplié par ſa maſſe, & cette proprieté vient de

l'élasticité des corps, puisqu'on ne voit jamais rien de semblable lorsque les corps ne sont pas élastiques. Il faudroit renoncer aux Formules reçues de tous les Sçavans pour disconvenir de cette vérité, mais s'ensuit-il de là que les Forces Motrices ou agissantes soient comme les masses multipliées par les quarrés des vîtesses? Je ne le vois pas, & l'on ne viendra jamais à bout de le demontrer. A la vérité ce n'est que par le Mouvement que la Force du ressort se manifeste, & par conséquent il faut que les Forces Motrices agissent, afin que nous puissions juger si les corps sont élastiques, & jusqu'à quel point ils le sont. Mais comme cela ne nous dit autre chose, sinon que les Forces Motrices sont des causes occasionnelles, ou, si l'on aime mieux, des conditions sans lesquelles le ressort n'agiroit point, & que tous les Physiciens sçavent bien que ces conditions ne sont pas des causes efficientes, il reste toûjours aux Deffenseurs des Forces Vives à nous donner les fondemens

de leurs prétentions. Ce n'eſt point à des expériences réiterées que nous croyons devoir nous en tenir, ces expériences avec quelque ſoin qu'elles ſoient faites ne nous montrent que des effets, & ces effets nous diront toûjours que les quarrés des vîteſſes après le choc multipliés par les maſſes ſont égaux à la maſſe du corps choquant multipliée par le quarré de ſa vîteſſe, nous le ſçavons ſans avoir beſoin d'en être plus certains; qu'on nous montre donc auſſi que les Forces Motrices ſont entr'elles dans cette raiſon, & nous n'aurons plus rien à repliquer.

J'ai déja demontré en pluſieurs endroits de cet Ouvrage que les Forces Motrices & agiſſantes ſont toûjours proportionnelles aux quantités de Mouvement, & que par conſéquent elles ne ſçauroient être dans le rapport des quarrés des vîteſſes multipliés par les maſſes; mais afin qu'on ne diſe point que je paſſe trop legerement ſur la diſtinction qu'on veut mettre entre le rapport des Forces agiſſantes

agiſſantes & celui des quantités de Mouvement, voici une nouvelle preuve qui achevera de faire voir l'inutilité de cette diſtinction.

Suppoſons que deux boules élaſtiques d'égales maſſes ſoient ſur un plan horizontal bien poli, & d'une étendue infinie, & que tandis qu'une perſonne pouſſe l'une avec 2 de vîteſſe, une autre perſonne pouſſe l'autre avec 1 de vîteſſe. Il eſt certain que le Mouvement de ces boules étant uniforme, puiſque nous ſuppoſons que ces perſonnes aprés les avoir pouſſées ne leur donnent plus de nouvelles impreſſions, que le plan eſt exempt de frottement, & que nous faiſons abſtraction de la réſiſtance de l'air; il eſt certain, dis-je, que les eſpaces parcourus dans des temps égaux par ces corps ſeront la meſure de leurs quantités de Mouvement, & en même-temps de leurs Forces agiſſantes. L'Autheur des Inſtitutions de Phyſique nous en aſſure lui-même en nous diſant que le temps eſt ici à conſiderer à cauſe que les eſpaces par-

courus sont les seuls effets produits, ainsi qu'on a vu ci-dessus par le passage que nous avons rapporté de cet Autheur. Donc la personne qui aura poussé la premiere boule n'aura fait qu'un effort double de celui qu'aura fait la personne qui aura poussé la seconde boule, car ce sont ces efforts qui auront produit les Forces des deux boules, & les causes sont toûjours proportionnelles à leurs effets.

Maintenant supposons que tandis que la boule qui a 2 de vîtesse continue à se mouvoir quelqu'un pose par hazard sur sa direction une autre boule dont la masse est à celle de la boule qui se meut comme 3 à 1, il arrivera après le choc que la boule choquante rebroussera chemin avec 1 de vîtesse, & aura 1 de Force, & que la boule choquée suivra la direction primitive de la boule choquante avec 1 de vîtesse, & aura par conséquent trois de Force; donc après le choc il y aura 4 de Force dont le Mouvement sera encore uniforme, car nous ne voyons rien après le choc qui aug-

mente ou diminue l'impreſſion que le choc aura donné aux deux boules, à moins qu'il n'arrive par hazard que d'autres boules ſe trouvent ſur leur chemin. Or je dis ces 4 de Force ſeront doubles de la Force 2 que la boule choquante avoit avant le choc; donc il n'eſt pas poſſible que l'effort 2 que la perſonne à fait pour pouſſer la boule choquante ſoit la cauſe de cette Force 4, autrement il faudroit dire ou que l'effet peut n'être pas proportionnel à ſa cauſe, ou que l'effort 2 a dû devenir comme 4 en conſéquence d'un choc arrivé par hazard, ce qui eſt abſurde attendu que les deux perſonnes qui ont pouſſé les deux premieres boules avant le choc ayant fait des efforts comme 2 à 1, & ayant enſuite abandonné les boules à elles-mêmes, ces efforts, ni par conſéquent les impreſſions qu'ils ont faites, ne ſçauroient par eux-mêmes changer de rapport, à moins qu'une cauſe étrangere ne vienne les alterer; il eſt donc ſûr & conſtant que la boule choquante n'avoit pas avant le

choc une Force qui fût comme le quarré de sa vîtesse multipliée par sa masse, c'est-à-dire, une Force 4, & que par conséquent s'il s'est trouvé 4 de Force après le choc, cette augmentation ne peut être venue que d'une cause étrangere à la Force Motrice, laquelle cause ne peut être ici que la mutuelle reaction des ressorts. De même la boule choquante, & la choquée ayant reçu du choc, des Forces comme 1 & 3, & des vîtesses uniformes, il est visible qu'elles se meuvent de la même façon que si elles avoient été poussées par deux personnes qui auroient fait des efforts comme 1 & 3, & qui les auroient ensuite abandonnées à elles-mêmes; d'où il suit que les Forces de ces boules ne peuvent être non plus que comme leurs masses multipliées par leurs vîtesses, & non par leurs quarrés, Donc ni avant ni après le choc les Forces des corps élastiques ne sçauroient être dans des rapports tels que les Deffenseurs des Forces Vives leur attribuent; & par conséquent

leur expériences ne prouvent tout au plus, sinon que dans le choc direct des corps à ressort, il y a plus de Force après le choc qu'auparavant dans le cas où le corps choquant rebrousse chemin, de même que dans les chocs obliques où la Force se trouve augmentée par les changemens de directions, comme on a vu ci-dessus dans la Réponse à la seconde Preuve de M. Bernoulli.

L'on ne donne point ce qu'on n'a pas, c'est un axiome généralement reçu, & l'Autheur des Institutions de Physique ne manque pas de s'en servir pour nous montrer qu'un corps qui ne choque qu'avec une certaine Force ne peut pas produire une Force plus grande que celle qu'il avoit, & qu'ainsi si après le choc on trouve plus de Force qu'il ne paroissoit y en avoir auparavant, on se trompoit sans doute sur l'estimation de cette Force primitive. Voyons donc qui se trompe de lui ou de nous.

Je reprens son propre exemple, qui est celui de M. Herman, le

corps *A* avec 1 de maſſe & 2 de vîteſſe choque le corps *B* qui eſt en repos & qui a 3 de maſſe. Nous ſuppoſons que les deux corps ſont élaſtiques. Après le choc il y a quatre de Force, donc, dit-il, le corps *A* devoit avoir 4 de Force, car s'il en avoit eu moins il auroit donné plus qu'il n'avoit. Or le corps *A* ne paroiſſoit avoir que 2 de Force, puiſqu'il avoit 1 de maſſe & 2 de vîteſſe, donc nous avons mal eſtimé ſa Force en multipliant ſa maſſe par ſa vîteſſe. Mais comment nous ſommes-nous donc trompés? Le corps *A* ſe mouvoit d'un Mouvement uniforme avant le choc, ſa maſſe étoit 1, & ſa vîteſſe 2, & dans le Mouvement uniforme la Force eſt comme la maſſe multipliée par la vîteſſe ou par l'eſpace parcouru dans un certain temps, l'Autheur des Inſtitutions de Phyſique en tombe d'accord page 425.; donc il faut ou qu'il ſe trompe lui même, ou que nous ne nous trompions pas. Mais ne propoſons point cette alternative, perſon-

ne ne se trompe ici ; le corps *A* n'a que 2 de Force avant le choc, cela est certain, & après le choc il y a plus de Force qu'il n'y en avoit auparavant, cela est incontestable ; d'où vient donc cette différence, c'est de l'élasticité des corps que l'Autheur des Institutions de Physique n'a pas voulu distinguer de la Force Motrice ; le corps *A* ne peut donner ce qu'il a, mais la Force du ressort supplée au reste ; voilà la solution.

M. Huguens a demontré qu'un corps en repos qui ne reçoit le choc que par l'entremise de plusieurs autres corps qui sont entre lui & le corps choquant, reçoit plus de Force que si le corps choquant le frappoit immédiatement. Or je demande si cette Force reçue par le corps choqué étoit dans le corps choquant dans le temps, par exemple, qu'il n'y avoit que trois corps en repos entre le choqué & le choquant ; si on me dit oüi, je mets entre les deux deux fois plus de corps en repos, trois fois plus, cent fois plus, & ainsi de suite à l'in-

fini, & comme il arrivera ſelon la Demonſtration de M. Huguens que la vîteſſe du corps choqué par l'entremiſe de tous ces corps ſe trouvera augmentée peu à peu à l'infini, je conclurai que le corps choquant que l'on ſuppoſe avoir toujours une même vîteſſe finie dans tous ces chocs, avoit cependant dans lui-même une Force infinie, puiſqu'à la fin il aura produit une Force infinie dans le corps choqué. Or cela eſt abſurde; donc il eſt abſurde auſſi de dire qu'un corps qui en choque un autre immédiatement ait toujours toute la Force qui ſe trouve après le choc; la multiplication des Forces dans le choc immédiat, comme dans le médiat doit s'expliquer par l'élaſticité des corps, & vouloit en chercher ailleurs la cauſe; c'eſt vouloir recourir à des qualités occultes à la maniere des Anciens.

Je ne m'arrêterai pas davantage ſur cette matiere. Je crois en avoir aſſez dit pour montrer que M. de Mairan a decouvert toute la fauſſeté de l'opi-

nion

nion des Forces Vives, & que sa Dissertation sera toujours vainement attaquée. Mais comme son Ouvrage renferme grand nombre d'autres preuves que je n'ai point rapportées de peur d'être trop long, je conseille à ceux qui voudront être mieux instruits d'avoir recours à l'original, & d'y prendre cet esprit de justesse, de précision & de clarté qui y brille de toutes parts.

L'illustre Autheur des *Institutions de Physique* imprimées à Paris chez Prault, fils, Quai de Conty en 1740. n'ayant pas jugé à propos de mettre son nom à la tête de cet Ouvrage, j'ai cru devoir n'en parler dans cette Refutation que comme d'un Autheur anonyme qui veut être inconnu, mais cela n'empêche pas que je n'aye toute l'estime & le respect qui sont dûs à la sçavante érudition, & au rang distingué de la personne qui a mis ce Traité au jour.

F I N.

ERRATA.

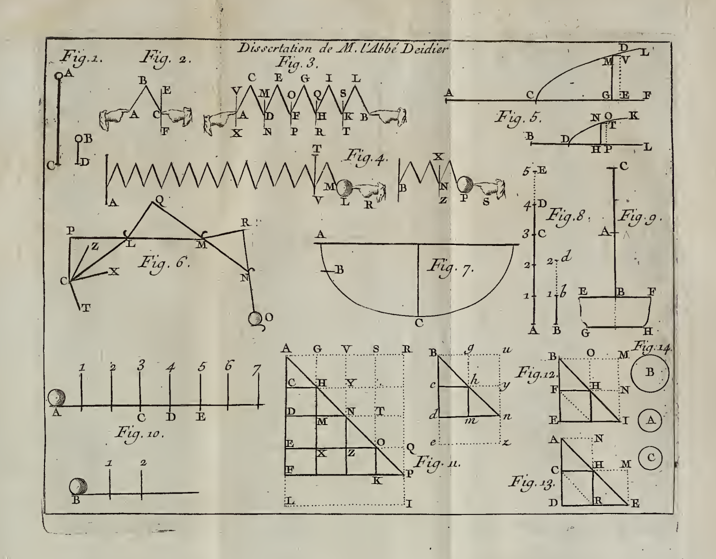
P*Age* 12. *ligne* 5. des nouvelles impreſſions, *liſez* de nouvelles impreſſions : *page* 27. *l.* 25. BIF, *liſ.* BIE : *page* 55. *l.* 14. *après ces mots* la même direction *CL*, *ajoutez pour un plus grand éclairciſſement* ; c'eſt-à-dire, ſi le reſſort *L* avoit été perpendiculaire à la direction *CL*, & ne lui eût ôté qu'un degré de vîteſſe : *page* 62. *l.* 11. de l'Academie Royale, *liſ.* de l'Academie Royale des Sciences : *page* 63. *l.* 13. Inſtitutions Phyſiques, *liſ.* Inſtitutions de Phyſique : *page* 90. *l.* 16. pour ſentir, dit-il, page 780. *liſ.* pour ſentir, dit-il, page 430.

APPROBATION.

J'Ai lû par ordre de Monſeigneur le Chancelier un Manuſcrit intitulé : *Refutation des Forces Vives.* Fait à Paris, ce 10. Janvier 1741.

Signé, MONTCARVILLE.

Le Privilege ſe trouve à la fin de la Méchanique.


Dissertation de M. l'Abbé Deidier
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.

